26 Dimostra che, se in un triangolo ABC l'altezza AH relativa a BC è anche mediana relativa a BC, allora il triangolo è isoscele.

27 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono tali che $AC \cong A'C'$, $AB \cong A'B'$ e $\widehat{A} \cong \widehat{A'}$. Dimostra che i due triangoli sono congruenti e che sono congruenti le *mediane* relative ai lati BC e $B'C'$.

28 Sui lati a e b di un angolo $a\widehat{O}b$ considera, rispettivamente, due punti A e B tali che $OA \cong OB$. Dimostra che, comunque si prenda un punto P appartenente alla bisettrice di $a\widehat{O}b$, i due triangoli OPA e OPB sono congruenti. Considera poi due punti $R \in a$ ed $S \in b$ tali che $R \notin OA$, $S \notin OB$ ed $RA \cong SB$; dimostra che $RP \cong SP$.

30 Sia ABC un triangolo in cui $AB < BC$ e sia BD la bisettrice dell'angolo $A\widehat{B}C$ del triangolo. Sia E il punto di BC tale che $BE \cong AB$.

- **a.** Dimostra che i segmenti AD e DE sono congruenti.
- **b.** Considera un punto P sul segmento BD e dimostra che $P\widehat{E}D \cong P\widehat{A}D$.

31 Sia ABC un triangolo acutangolo. Sia AH l'altezza relativa al lato BC e BK l'altezza relativa al lato AC. Sul prolungamento di AH, dalla parte di H, considera il punto A' tale che $AH \cong A'H$. Sul prolungamento di BK, dalla parte di K, considera il punto B', tale che $BK \cong B'K$. Dimostra che $A'B \cong AB'$.
(*Suggerimento*: considera le coppie di triangoli AHB, $A'HB$ e BKA, $B'KA$)

33 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono tali che $AB \cong A'B'$, l'angolo esterno ad A è congruente all'angolo esterno ad A' e l'angolo esterno a B è congruente all'angolo esterno a B'. Dimostra che i due triangoli sono congruenti.

34 Dato un triangolo ABC, traccia una semiretta di origine B, appartenente al semipiano avente come origine la retta AB che non contiene C, tale da formare con AB un angolo congruente a $C\widehat{A}B$.
Detto C' il punto d'intersezione del prolungamento della mediana CM con tale semiretta, dimostra che $AC \cong BC'$.

35 Dimostra che, se in un triangolo ABC l'altezza AH relativa a BC è anche bisettrice dell'angolo $\widehat{A}$, allora il triangolo è isoscele.

36 Dato un angolo $a\widehat{O}b$, considera un punto P sulla sua bisettrice e due punti $A \in a$ e $B \in b$, tali che:

a. $O\widehat{P}A \cong O\widehat{P}B$;

b. il prolungamento di BP, dalla parte di P, intersechi la semiretta a in R;

c. il prolungamento di AP, dalla parte di P, intersechi la semiretta b in S.

Dimostra che il triangolo APR è congruente al triangolo BPS.
(*Suggerimento*: dimostra preliminarmente che il triangolo AOP è congruente a BOP)

37 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono tali che $AC \cong A'C'$, $\widehat{A} \cong \widehat{A'}$ e $\widehat{C} \cong \widehat{C'}$. Dimostra che i due triangoli sono congruenti e che sono congruenti le *bisettrici* uscenti da B e B'.

39 Un quadrilatero $ABCD$ è tale che $A\widehat{D}B \cong B\widehat{D}C$. Dimostra che, se sulla diagonale BD esiste un punto P tale che $A\widehat{P}B \cong B\widehat{P}C$, allora i due triangoli ADC e ABC sono isosceli.

41 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono tali che $AC \cong A'C'$, $\widehat{A} \cong \widehat{A'}$ e $\widehat{C} \cong \widehat{C'}$. Dimostra che i due triangoli sono congruenti e che sono congruenti le *mediane* relative ai lati AC e $A'C'$.

42 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono tali che $AC \cong A'C'$ e $\widehat{C} \cong \widehat{C'}$. Dimostra che, se le *bisettrici* dei due triangoli uscenti da C e da C' sono congruenti, allora i due triangoli sono congruenti.

43 Dati due triangoli ABC e $A'B'C'$, traccia le *mediane* CM e $C'M'$ relative, rispettivamente, ad AB e ad $A'B'$. Dimostra che, se $CM \cong C'M'$, $A\widehat{C}M \cong A'\widehat{C'}M'$ e $A\widehat{M}C \cong A'\widehat{M'}C'$, allora i due triangoli sono congruenti.

44 Sia ABC un triangolo e sia BP la bisettrice del triangolo relativa ad $A\widehat{B}C$. Sia A' il punto, sul prolungamento di AB dalla parte di B, tale che $AB \cong BA'$ e C' il punto, sul prolungamento di CB dalla parte di B, tale che $CB \cong BC'$. Traccia la bisettrice BP' del triangolo $A'BC'$ relativa ad $A'\widehat{B}C'$. Dimostra che i due triangoli BPC e $BP'C'$ sono congruenti e che i punti P, B e P' sono allineati.

45 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono tali che $AB \cong A'B'$, $BC \cong B'C'$ e $A\widehat{B}C \cong A'\widehat{B'}C'$. Due punti P e P', appartenenti rispettivamente a BC e a $B'C'$ sono tali che $P\widehat{A}C \cong P'\widehat{A'}C'$. Dimostra che i due triangoli ABP e $A'B'P'$ sono congruenti.