TEOREMA 16.1 Secondo criterio di congruenza per i triangoli

Due triangoli che hanno ordinatamente congruenti un **lato** e i due **angoli** a esso **adiacenti** sono congruenti.

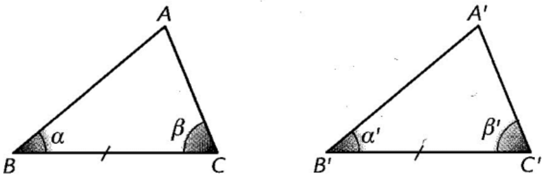

Figura 16.9

IPOTESI $\alpha \cong \alpha'$, $\beta \cong \beta'$, $BC \cong B'C'$ (**fig. 16.9**)

TESI $ABC \cong A'B'C'$ (**fig. 16.9**)

Nella dimostrazione di questo teorema, utilizzeremo un particolare schema di ragionamento, detto **dimostrazione per assurdo**, che si può così illustrare:

Si suppone che la tesi del teorema sia **falsa**.	$\Rightarrow$	Sulla base di tale assunzione si fanno delle deduzioni le quali portano a una **contraddizione** che può consistere per esempio in un risultato in contrasto con l'ipotesi stessa del teorema, oppure con un assioma o con un teorema precedentemente dimostrato.	$\Rightarrow$	Si deduce che **la** tesi **non** può essere falsa, dunque deve essere **vera**.

DIMOSTRAZIONE

Supponiamo, **per assurdo**, che i due triangoli **non** siano congruenti: allora $AB > A'B'$ **o** $AB < A'B'$ (non può essere $AB \cong A'B'$ perché, altrimenti, ABC e $A'B'C'$ sarebbero congruenti per il *primo criterio* di congruenza).
Consideriamo, per esempio, il caso in cui $AB > A'B'$ (si potrebbe ragionare analogamente nel caso $AB < A'B'$): allora esiste un punto P, interno al lato AB, tale che $PB \cong A'B'$ (**fig. 16.10**).

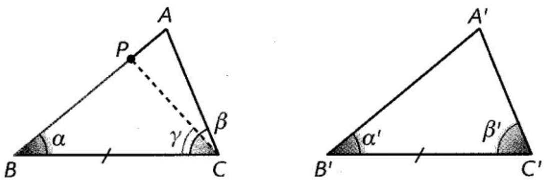

Figura 16.10

I due triangoli PBC e $A'B'C'$ hanno:

- $PB \cong A'B'$ per come è stato costruito P
- $BC \cong B'C'$ per ipotesi
- $\alpha \cong \alpha'$ per ipotesi

Dunque sono congruenti per il *primo criterio* di congruenza.
In particolare sarà:

$\gamma \cong \beta'$ angoli opposti a lati congruenti in triangoli congruenti

ma sappiamo che:

$\beta' \cong \beta$ per ipotesi

quindi:

$\gamma \cong \beta$ per la proprietà transitiva della relazione di congruenza.

Ciò è assurdo perché, essendo P *interno* ad AB, la semiretta CP è interna all'angolo $A\widehat{C}B$ e quindi l'angolo γ dovrebbe essere *minore* dell'angolo β. Dal momento che negando la tesi siamo giunti a una contraddizione, dobbiamo concludere che la tesi non può essere falsa, quindi è vera.

Il secondo criterio di congruenza viene anche chiamato criterio **ALA** perché riguarda la terna di elementi Angolo adiacente–Lato–Angolo adiacente.