

36 Dimostra che, se in un triangolo ABC l'altezza AH relativa a BC è anche mediana relativa a BC , allora il triangolo è isoscele.

37 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono tali che $AC \cong A'C'$, $AB \cong A'B'$ e $\hat{A} \cong \hat{A}'$. Dimostra che i due triangoli sono congruenti e che sono congruenti le mediane relative ai lati BC e $B'C'$.

38 Sui lati a e b di un angolo $a\hat{O}b$ considera, rispettivamente, due punti A e B tali che $OA \cong OB$. Dimostra che, comunque si prenda un punto P appartenente alla bisettrice di $a\hat{O}b$, i due triangoli OPA e OPB sono congruenti. Considera poi due punti $R \in a$ ed $S \in b$ tali che $R \notin OA$, $S \notin OB$ ed $RA \cong SB$; dimostra che $RP \cong SP$.

39 Sia ABC un triangolo, in cui $AC < AB$. Sulla bisettrice dell'angolo $B\hat{A}C$, considera il punto D tale che $AD \cong AC$ e il punto E tale che $AE \cong AB$. Dimostra che $CE \cong BD$.

30 Sia ABC un triangolo in cui $AB < BC$ e sia BD la bisettrice dell'angolo $A\hat{B}C$ del triangolo. Sia E il punto di BC tale che $BE \cong AB$.

- Dimostra che i segmenti AD e DE sono congruenti.
- Considera un punto P sul segmento BD e dimostra che $P\hat{E}D \cong P\hat{A}D$.

31 Sia ABC un triangolo acutangolo. Sia AH l'altezza relativa al lato BC e BK l'altezza relativa al lato AC . Sul prolungamento di AH , dalla parte di H , considera il punto A' tale che $AH \cong A'H$. Sul prolungamento di BK , dalla parte di K , considera il punto B' , tale che $BK \cong B'K$. Dimostra che $A'B \cong AB'$.

(Suggerimento: considera le coppie di triangoli AHB , $A'HB$ e BKA , $B'KA$)

Dimostrazioni con il secondo criterio di congruenza

32 ESERCIZIO GUIDATO

Dato un segmento AB e detto M il suo punto medio, traccia una semiretta a di origine A e una semiretta b di origine B da parti opposte rispetto ad AB in modo che gli angoli formati da tali semirette con il segmento AB siano congruenti. Traccia una retta passante per M che interseca a e b , rispettivamente, in P e Q , e dimostra che il triangolo APM è congruente al triangolo BQM .



- Traccia un segmento AB .
- Indica con M il punto medio di AB .
- Traccia le due semirette a e b .
- Traccia la retta per M e indica con P e Q le intersezioni con a e b .
- Contrassegna gli elementi congruenti per costruzione.

IPOTESI

TESI

DIMOSTRAZIONE

Considera i due triangoli APM e BQM ; essi hanno:

- $\angle P\hat{A}M \cong \dots$ per ipotesi
- $AM \cong \dots$ perché
- $\angle A\hat{M}P \cong \dots$ perché

Pertanto i due triangoli sono congruenti in base al di congruenza.

33 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono tali che $AB \cong A'B'$, l'angolo esterno ad A è congruente all'angolo esterno ad A' e l'angolo esterno a B è congruente all'angolo esterno a B' . Dimostra che i due triangoli sono congruenti.

34 Dato un triangolo ABC , traccia una semiretta di origine B , appartenente al semipiano avente come origine la retta AB che non contiene C , tale da formare con AB un angolo congruente a $C\hat{A}B$.

Detto C' il punto d'intersezione del prolungamento della mediana CM con tale semiretta, dimostra che $AC \cong BC'$.

35 Dimostra che, se in un triangolo ABC l'altezza AH relativa a BC è anche bisettrice dell'angolo \hat{A} , allora il triangolo è isoscele.

36 Dato un angolo $a\hat{O}b$, considera un punto P sulla sua bisettrice e due punti $A \in a$ e $B \in b$, tali che:

- $OP\hat{A} \cong OP\hat{B}$;
- il prolungamento di BP , dalla parte di P , intersechi la semiretta a in R ;
- il prolungamento di AP , dalla parte di P , intersechi la semiretta b in S .

Dimostra che il triangolo APR è congruente al triangolo BPS . (Suggerimento: dimostra preliminarmente che il triangolo AOP è congruente a BOP)

37 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono tali che $AC \cong A'C'$, $\hat{A} \cong \hat{A}'$ e $\hat{C} \cong \hat{C}'$. Dimostra che i due triangoli sono congruenti e che sono congruenti le bisettrici uscenti da B e B' .