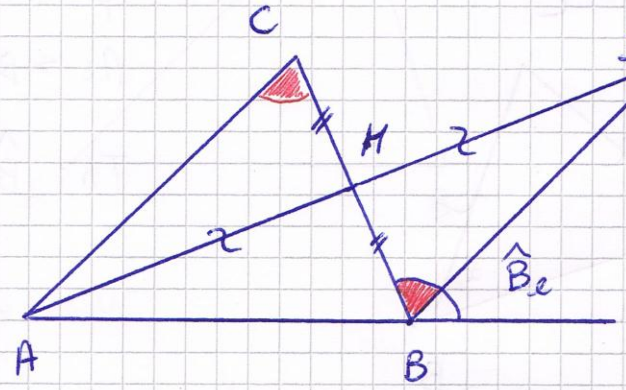
TEOREMA ANGOLO ESTERNO

UN ANGOLO ESTERNO È MAGGIORE DEGLI ANGOLI INTERNI AD ESSO NON ADIACENTI



Hp
ABC TRIANGOLO
$\hat{B}_E$ ANGOLO ESTERNO

Th:

$\hat{B}_e > \hat{C}$

$\hat{B}_e > \hat{A}$

<u>DIM.</u>

SIA M IL PUNTO MEDIO DI BC.

PROLUNGO LA MEDIANA AM DI UN SEGMENTO $MD \cong AM$.

CONSIDERO I TRIANGOLI $\overset{\triangle}{AMC}$ e $\overset{\triangle}{BMD}$. ESSI HANNO

1) $AM \cong MD$ PER COSTRUZIONE
2) $MC \cong BM$ PER COSTRUZIONE
3) $A\hat{M}C \cong B\hat{M}D$ perché OPPOSTI AL VERTICE

DUNQUE SONO CONGRUENTI PER IL PRIMO CRITERIO

IN PARTICOLARE $M\hat{B}D \cong M\hat{C}A$.

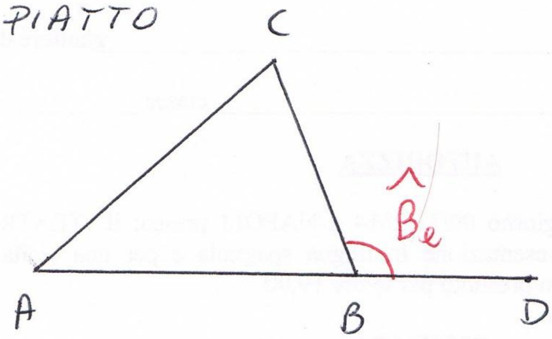
OSSERVO CHE $\hat{B}_e > M\hat{B}D$ perché QUESTO È SOLO UNA PARTE

ALLORA $\hat{B}_e > M\hat{B}D \cong M\hat{C}A \implies \hat{B}_e > \hat{C}$.

ANALOGA DIMOSTRAZIONE DELLA TH 2.

CONSEGUENZA ANGOLO ESTERNO

"LA SOMMA DI DUE ANGOLI È MINORE DI UN ANGOLO PIATTO"



PER TEOREMA ANGOLO ESTERNO $\hat{A} < \hat{B}_e$ - AGGIUNGO ANGOLO $\hat{B}$ AD ENTRAMBI I MEMBRI DELLA DISUGUAGLIANZA

$$\hat{A} + \hat{B} < \hat{B} + \hat{B}_e = \pi$$

#

CONSEGUENZA 2 ANGOLO ESTERNO

IN UN TRIANGOLO CI SONO ALMENO DUE ANGOLI ACUTI_

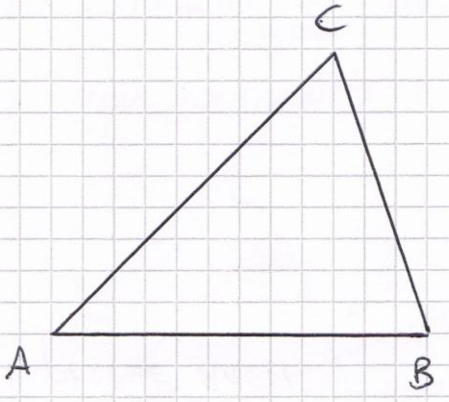
EVIDENTE, PERCHÈ SE DUE ANGOLI FOSSERO OTTUSI, LA LORO SOMMA SAREBBE MAGGIORE DI UN ANGOLO PIATTO

CONSEGUENZA 3 ANGOLO ESTERNO

IN UN TRIANGOLO ISOSCELE GLI ANGOLI ALLA BASE SONO ACUTI-

EVIDENTE, PER LA SECONDA CONSEGUENZA-

ANGOLO MAGGIORE $\rightarrow$ LATO MAGGIORE



Hp: $\hat{B} > \hat{A}$

Th: $AC > BC$.

DIMOSTRAZIONE.

PROCEDO PER ASSURDO SUPPONENDO $AC \leq BC$.

~~[illegible]~~ SE FOSSE $AC = BC$, ALLORA IL TRIANGOLO $\overset{\triangle}{ABC}$ SAREBBE ISOSCELE SU AB E GLI ANGOLI ALLA BASE $\hat{A} \cong \hat{B}$ $\Rightarrow$ ASSURDO PER HP.

SE FOSSE $AC < BC$ ALLORA A LATO MAGGIORE SI OPPONE ANGOLO MAGGIORE

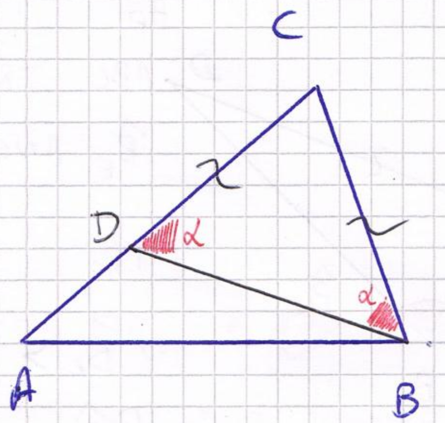
$$\hat{B} < \hat{A} \Rightarrow \text{ASSURDO PER HP.}$$

DUNQUE LA TESI NON SI PUÒ NEGARE

$$AC > BC$$

LATO MAGGIORE $\longrightarrow$ ANGOLO MAGGIORE

IN UN TRIANGOLO AL LATO MAGGIORE È OPPOSTO L'ANGOLO MAGGIORE.



Hp:

$AC > BC$

Th: $\hat{B} > \hat{A}$

DIM.

SICCOME $AC > BC$, POSSO SCEGLIERE SUL LATO AC UN PUNTO D IN MODO CHE $BC \cong DC$

CONGIUNGO B CON D. IL TRIANGOLO BCD È ISOSCELE SU BD, PERTANTO GLI ANGOLI ALLA BASE α SONO CONGRUENTI.

OSSERVO CHE L'ANGOLO $\widehat{CDB}$ È ESTERNO AL TRIANGOLO $\overset{\triangle}{ADB}$, DUNQUE È MAGGIORE DI $\hat{A}$.

ALLORA OSSERVO CHE

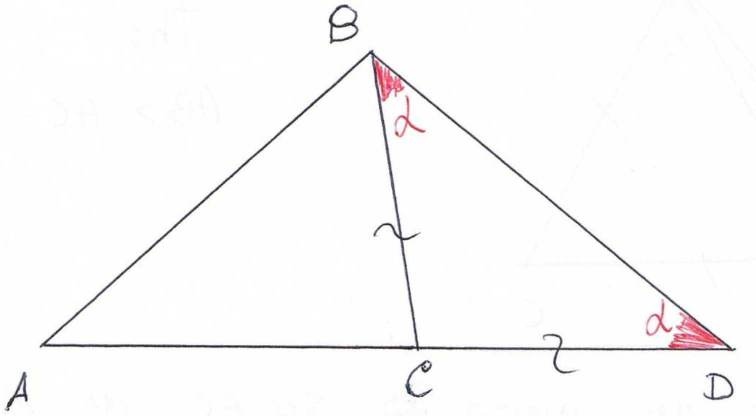
$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{(PERCHÉ } \alpha \text{ È UNA SUA PARTE)}}}{\widehat{ABC} >} \alpha > \hat{A}.$$

#

DISUGUAGLIANZA TRIANGOLARE

IN OGNI TRIANGOLO UN LATO È MINORE DELLA SOMMA DEGLI ALTRI DUE,

E MAGGIORE DELLA LORO DIFFERENZA.



Hp: ABC TRIANGOLO

Th: $AB < AC + BC$

<u>DIMOSTRAZIONE.</u> 1ª PARTE

PROLUNGO IL LATO AC DI UN SEGMENTO $CD \cong AC$

CONGIUNGO B CON D.

IL TRIANGOLO $\widehat{BCD}$ È ISOSCELE SU BD

DUNQUE GLI ANGOLI α ALLA BASE BD SONO $\cong$.

NEL TRIANGOLO $\widehat{ABD}$, L'ANGOLO $\hat{B} > \alpha$

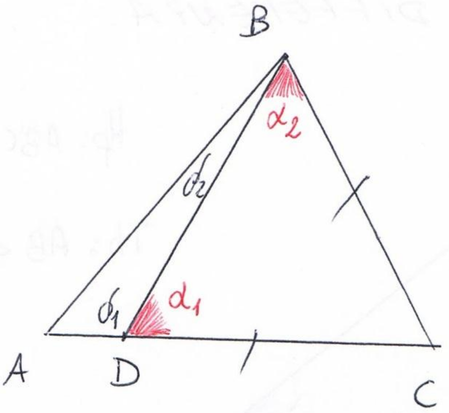
DUNQUE AD ANGOLO MAGGIORE SI OPPONE LATO MAGGIORE

$AB < AD \cong AC + CD \cong AC + BC.$

#

DIMOSTRAZIONE 2ª PARTE

SUPPONGO CHE $AC > BC$.
(SE FOSSE $AC=BC$ ALLORA È LOGICO $AB > AC-BC=0$)



Th:
$AB > AC - BC$

POSSO PRENDERE UN PUNTO D SU AC IN MODO CHE $BC \cong CD$, E GLI ANGOLI ALLA BASE $\alpha_1 \cong \alpha_2$.

OSSERVO CHE L'ANGOLO $\widehat{ADB} = \delta_1$ È ANGOLO ESTERNO AL TRIANGOLO $\widehat{BDC}$, DUNQUE È MAGGIORE DI α_2 AD ESSO NON ADIACENTE: $\delta_1 > \alpha_2$.

OSSERVO CHE $\widehat{CDB} \cong \alpha_1$ È ESTERNO AL TRIANGOLO $\widehat{ADB}$, DUNQUE È MAGGIORE DI δ_2 AD ESSO NON ADIACENTE: $\alpha_1 > \delta_2$.
METTENDO INSIEME $\delta_1 > \alpha_2 = \alpha_1 > \delta_2$
AD ANGOLO MAGGIORE SI OPPONE LATO MAGGIORE

$$AB > AD = AC - CD = AC - BC$$

#