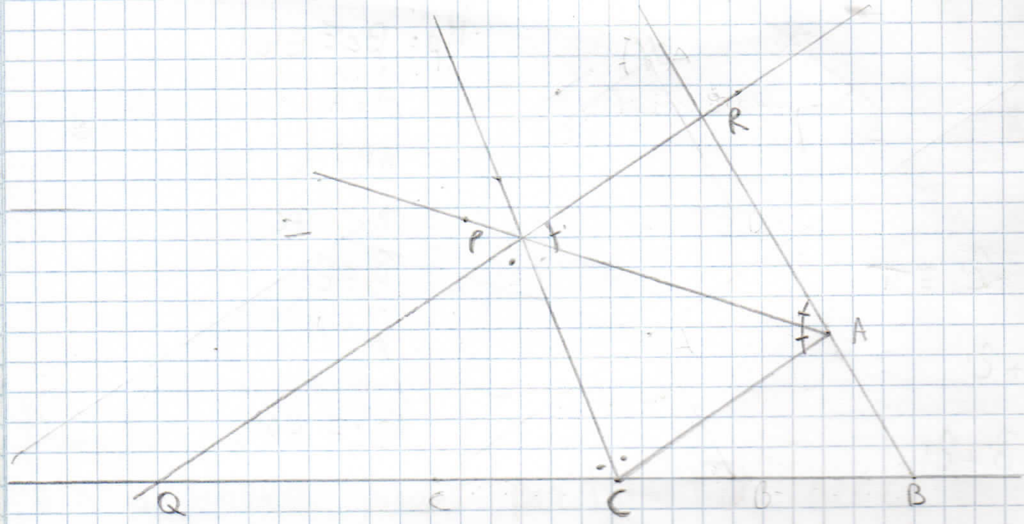
53



Hp: $Q\hat{C}P \cong P\hat{C}A$ $\quad Q\hat{C}A + A\hat{C}B \cong \pi$

$C\hat{A}P \cong P\hat{A}R$ $\quad R\hat{A}C + B\hat{A}C \cong \pi$

$QR \parallel AC$

Th: $QR \cong QC + RA$

Dimostrazione

$A\hat{C}P \cong Q\hat{P}C$, perché angoli alterni interni di due rette parallele tagliate dalla trasversale CP.

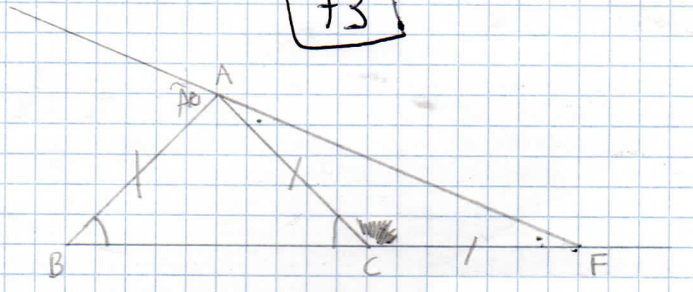
Per transitività $Q\hat{P}C \cong P\hat{C}Q$, di conseguenza $Q\hat{P}C$ è isoscele, quindi $QP \cong QC$.

$C\hat{A}P \cong R\hat{P}A$, perché angoli alterni interni di due rette parallele tagliate dalla trasversale AP.

Per transitività $R\hat{P}A \cong P\hat{A}R$, di conseguenza $R\hat{P}A$ è isoscele, quindi $PR \cong RA$.

Osservo che $QR \cong QP + PR$, ma $QP \cong QC$ e $PR \cong RA$, quindi $\boxed{QR \cong QC + RA}$.

73



Hp: $AB \cong AC$

$A\hat{B}C \cong A\hat{C}B$

$AC \cong CF$

Th: $A\hat{F}C \cong \frac{1}{2} A\hat{C}B$

$\hat{A}_e \cong 3A\hat{F}B$

Dimostrazione

$\overset{\triangle}{ACF}$ è isoscele, perché $AC \cong CF$. Di conseguenza $C\hat{A}F \cong A\hat{F}C$.

Osservo che $B\hat{C}A + A\hat{C}F \cong \pi$ e che $C\hat{A}F + A\hat{F}C + F\hat{C}A \cong \pi$.

Per transitività $B\hat{C}A + \cancel{A\hat{C}F} \cong C\hat{A}F + A\hat{F}C + \cancel{F\hat{C}A}$

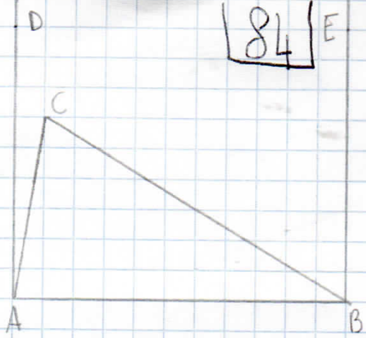
Ma $C\hat{A}F \cong F\hat{C}A$, quindi $B\hat{C}A \cong 2A\hat{F}C$ oppure $\boxed{A\hat{F}C \cong \frac{1}{2} B\hat{C}A}$.

Osservo che $\hat{A}_e + B\hat{A}C + C\hat{A}F \cong \pi$ e che $B\hat{A}C + A\hat{B}C + A\hat{C}B \cong \pi$.

Per transitività $\hat{A}_e + \cancel{B\hat{A}C} + C\hat{A}F \cong \cancel{B\hat{A}C} + A\hat{B}C + A\hat{C}B$.

Poiché $\cancel{A\hat{C}B} \cong A\hat{F}C \cong C\hat{A}F$ e $A\hat{B}C \cong A\hat{C}B \cong 2A\hat{F}C$, allora $A_e + A\hat{F}C \cong 4A\hat{F}C$.

Quindi $A_e \cong 4A\hat{F}C - A\hat{F}C$, cioè $\boxed{\hat{A}_e \cong 3A\hat{F}C}$



Hp: $\overset{\triangle}{ABC}$ $AD \perp AB$

$A\hat{B}C + C\hat{B}E \cong \frac{\pi}{2}$ $EB \perp AB$

$B\hat{A}C + C\hat{A}D \cong \frac{\pi}{2}$

Th: $\hat{C} \cong D\hat{A}C + C\hat{B}E$

Dimostrazione

Se $A\hat{B}C + C\hat{B}E \cong \frac{\pi}{2}$ e anche $B\hat{A}C + C\hat{A}D \cong \frac{\pi}{2}$, allora $A\hat{B}C + C\hat{B}E + B\hat{A}C + C\hat{A}D \cong \pi$.

Ma anche $A\hat{B}C + B\hat{C}A + C\hat{A}B \cong \pi$.

Quindi, per transitività $\cancel{A\hat{B}C} + C\hat{B}E + \cancel{B\hat{A}C} + C\hat{A}D \cong \cancel{A\hat{B}C} + B\hat{C}A + \cancel{C\hat{A}B}$.

Semplificando avremo che $C\hat{B}E + C\hat{A}D \cong B\hat{C}A$, oppure $\boxed{\hat{C} \cong D\hat{A}C + C\hat{B}E.}$