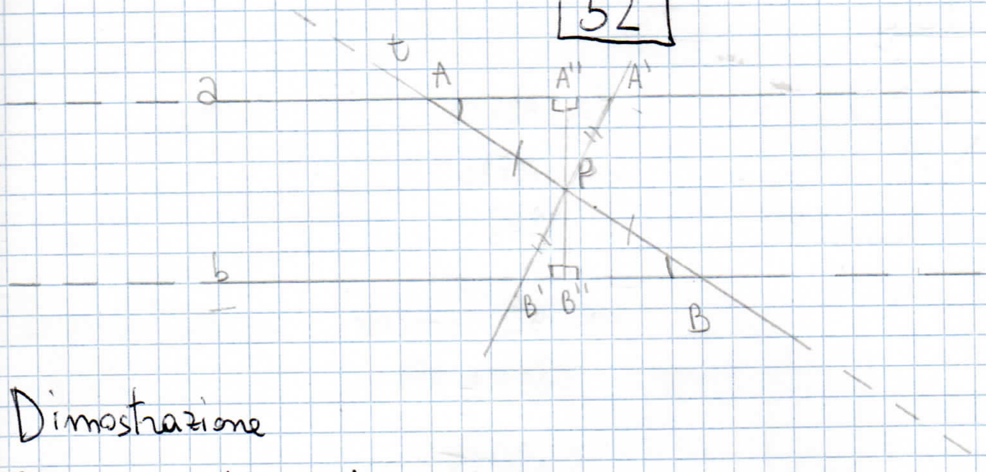
52




Hp: $a // b$ $\quad$ $A''P // a$

$AP \cong PB$ $\quad$ $B''P // b$

Th: $A'P \cong PB'$ $\quad$ $A''P \cong PB''$

Dimostrazione

Considero $\overset{\Delta}{APA'}$ e $\overset{\Delta}{BPB'}$. Essi hanno:

1) $AP \cong PB$ per Hp;

2) $APA' \cong BPB'$ perché opposti al vertice

3) $B'\hat{B}P \cong A'\hat{A}P$ perché alterni interni di due rette parallele tagliate dalla trasversale t.

I due triangoli sono congruenti per il secondo criterio di congruenza.

In particolare, ad angoli congruenti si oppongono lati congruenti, quindi $\boxed{A'P \cong PB'}$

Considero $\overset{\Delta}{APA''}$ e $\overset{\Delta}{BPB''}$. Essi hanno:

1) $AP \cong PB$ per Hp;

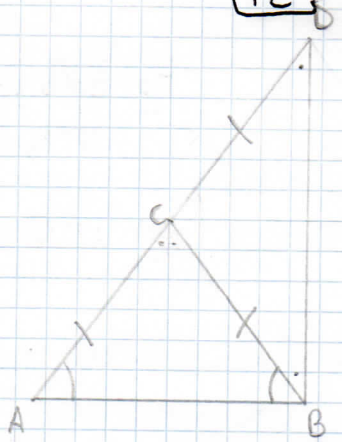
2) $A'\hat{A}P \cong \hat{P}BB'$ per precedente dimostrazione;

3) $A\hat{A}''P \cong B\hat{B}''P$ perché retti.

I due triangoli sono congruenti per il secondo criterio di congruenza generalizzato.

In particolare, ad angoli congruenti si oppongono lati congruenti, quindi $\boxed{A''P \cong PB''}$

72




Hp: $AC \cong CD$

$AC \cong BC$

$\hat{A} \cong \hat{B}$

Th: $B\hat{C}D$ isoscele

$C\hat{D}B \cong \frac{1}{2} A\hat{C}B$

$A\hat{B}D \cong \frac{\pi}{2}$

Dimostrazione

$B\hat{C}D$ è isoscele, perché, per transitività $BC \cong CD$. Di conseguenza $C\hat{D}B \cong D\hat{B}C$.

Per il teorema dell'angolo esterno $A\hat{C}B \cong C\hat{D}B + D\hat{B}C$, ma poiché $C\hat{D}B \cong D\hat{B}C$, allora $A\hat{C}B \cong 2C\hat{D}B$ oppure $C\hat{D}B \cong \frac{1}{2} A\hat{C}B$.

Se sommiamo tutti gli angoli, abbiamo che:

$\hat{A} + A\hat{C}B + C\hat{B}A + C\hat{B}D + B\hat{C}D + \hat{D} \cong 2\pi$, perché sono due triangoli

Ma $A\hat{C}B + B\hat{C}D \cong \pi$. Quindi $\hat{A} + C\hat{B}A + C\hat{B}D + \hat{D} \cong \pi$

Ma $\hat{D} \cong D\hat{B}C$ e $\hat{A} \cong C\hat{B}A$, quindi $\frac{2D\hat{B}C + 2C\hat{B}A}{\cancel{2}} \cong \frac{\pi}{2}$

$$D\hat{B}C + C\hat{B}A \cong \frac{\pi}{2}$$

Ovvero $A\hat{B}D \cong \frac{\pi}{2}$

83


Hp: $BC \cong B'C'$

$\hat{A} \cong \hat{A'}$

$AB \cong BC$

$A'B' \cong B'C'$

$\hat{B} \cong \hat{C}$

$\hat{B'} \cong \hat{C'}$

Th: $ABC \cong A'B'C'$

Dimostrazione

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} \cong \pi$ $\qquad$ $\hat{A'} + \hat{B'} + \hat{C'} \cong \pi$

Quindi $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} \cong \hat{A'} + \hat{B'} + \hat{C'}$

Ma $\hat{A} \cong \hat{A'}$, quindi $\hat{B} + \hat{C} \cong \hat{B'} + \hat{C'}$.

Ma $\hat{B} \cong \hat{C}$ e $\hat{B'} \cong \hat{C'}$. Quindi $\frac{\cancel{2}\hat{B}}{\cancel{2}} \cong \frac{\cancel{2}\hat{B'}}{\cancel{2}}$

Considero $\overset{\triangle}{ABC}$ e $\overset{\triangle}{A'B'C'}$. Essi hanno:

1) $BC \cong B'C'$ per Hp;
2) $\hat{A} \cong \hat{A'}$ per Hp;
3) $\hat{B} \cong \hat{B'}$ per precedente dimostrazione.

I due triangoli sono congruenti per il secondo criterio di congruenza generalizzato.