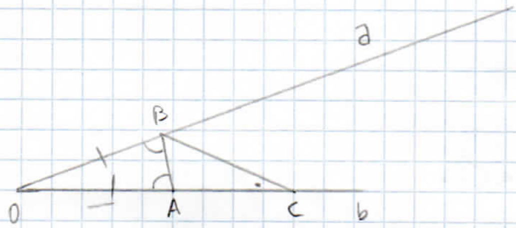


Hp: $OC > OA$

$OA \cong OB$

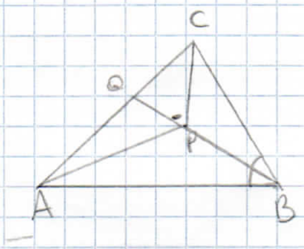
Th: $O\hat{C}B < O\hat{B}A$

Dimostrazione

$O\hat{B}A$ é isoscele, quindi $O\hat{B}A \cong O\hat{A}B$.

$O\hat{A}B > O\hat{C}B$, per~~che~~ il teorema dell'angolo esterno.

Di conseguenza, se $O\hat{A}B \cong O\hat{B}A$ e $O\hat{A}B > O\hat{C}B$, allora $O\hat{C}B < O\hat{B}A$



Hp.

Th: $C\hat{B}A < C\hat{P}A$

Dimostrazione

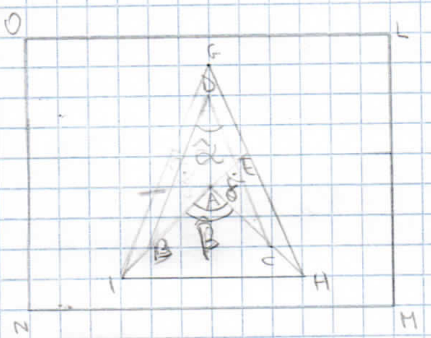
Traccio la retta passante per B e per P e trovo il punto Q.

Osservo che, per il teorema dell'angolo esterno, $Q\hat{P}C > C\hat{B}P$.

Sempre per il teorema dell'angolo esterno $Q\hat{P}A > PBA$.

Sommando le diseguaglianze, avremo $C\hat{B}A < C\hat{P}A$.

147 p.1



Th: $\hat{\beta} > \hat{\alpha}$

Dimostrazione

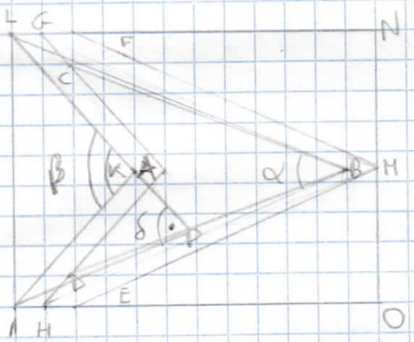
Prolungo il segmento BA, fino a incontrare il segmento CD nel punto E.

Per il teorema dell'angolo esterno, $\hat{\beta} > \hat{\delta}$.

Sempre per il teorema dell'angolo esterno, $\hat{\delta} > \hat{\alpha}$.

Di conseguenza, essendo $\hat{\beta} > \delta$ e $\delta > \alpha$, $\hat{\beta} > \hat{\alpha}$.

147 p.2



Th: $\hat{\beta} > \hat{\alpha}$

Dimostrazione

Prolungo LK fino a incontrare BD nel punto P.

Congiungo P con I.

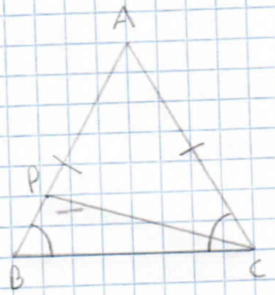
Per il teorema dell'angolo esterno $\hat{\beta} > \hat{\delta}$.

Congiungo L con B e si viene a formare un angolo $L\hat{B}P > \hat{\alpha}$.

Per il teorema dell'angolo esterno, $\hat{\delta} > L\hat{B}P$.

Essendo $\hat{\beta} > \hat{\delta}$, $\hat{\delta} > L\hat{B}P$ e $L\hat{B}P > \hat{\alpha}$, allora $\hat{\beta} > \hat{\alpha}$.

149



Hp: $AB \cong AC$

$A\hat{B}C \cong A\hat{C}B$

Th: $CP > BP$

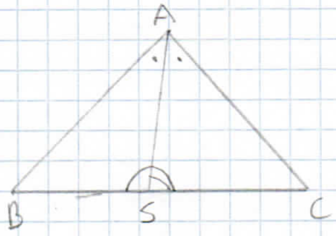
Dimostrazione

Osservo che CP è interno all'angolo $A\hat{C}B$, quindi $P\hat{C}B < A\hat{C}B$.

Ma $A\hat{C}B \cong A\hat{B}C$, quindi $A\hat{B}C > P\hat{C}B$.

Ad ~~lato m~~ angolo maggiore si oppone lato maggiore, quindi $CP > BP$.

150



Hp: $B\hat{A}S \cong S\hat{A}C$

Th: $BS < AB$

$CS < AC$

Dimostrazione

Per il teorema dell'angolo esterno $C\hat{A}S > A\hat{S}B$.

Ma $C\hat{A}S \cong S\hat{A}B$, quindi $S\hat{A}B > A\hat{S}B$.

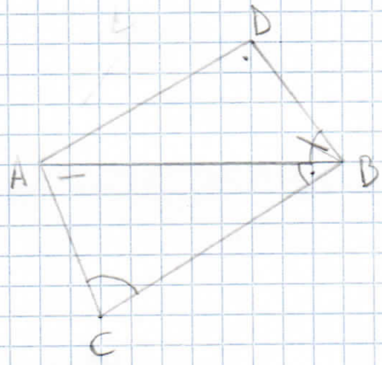
Poiché ad angolo maggiore si oppone lato maggiore, $AB > BS$.

Per il teorema dell'angolo esterno $B\hat{A}S > A\hat{S}C$.

Ma $B\hat{A}S \cong S\hat{A}C$, quindi $S\hat{A}C > A\hat{S}C$.

Poiché ad angolo maggiore si oppone lato maggiore $AC > CS$.

451



Hp: $\widehat{ADB} > \widehat{DBA}$

$\widehat{ACB} > \widehat{CBA}$.

Th: $AD > AC$

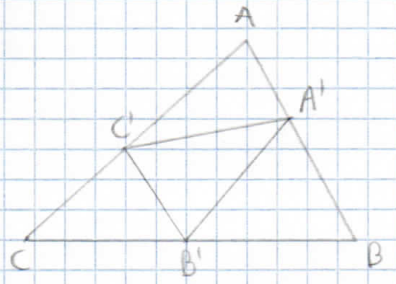
Dimostrazione

Ad angolo maggiore si oppone lato maggiore, quindi $AD > AB$.

Ad angolo maggiore si oppone lato maggiore, quindi $AB > AC$.

Poiché $AD > AB$ e $AB > AC$, $AD > AC$.

152



Th: $A'B' + B'C' + C'A' < AB + BC + CA$

Dimostrazione

Poiché in un triangolo, un lato é sempre minore della somma degli altri due, $C'A' < C'A + AA'$.

Per lo stesso motivo $A'B' < A'B + BB'$ e $B'C' < B'C + CC'$.

Sommando le disuguaglianze, avremo che $A'B' + B'C' + C'A' < A'B + BB' + B'C + CC' + C'A + AA'$.

Osservo che $AA' + A'B = AB$, $BB' + B'C \cong BC$ e $CC' + C'A = CA$.

Quindi $A'B' + B'C' + C'A' < AB + BC + CA$.