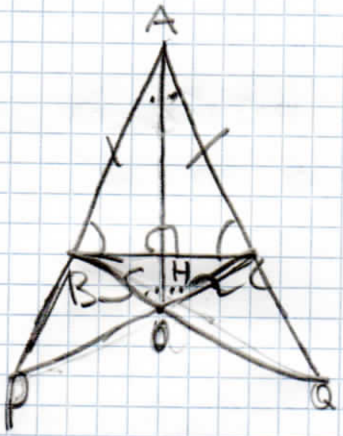


Hp: $B\hat{A}O \cong O\hat{A}C$

$AB \cong AC$

$A\hat{B}C \cong A\hat{C}B$

$BH \cong HC$

$A\hat{H}B \cong A\hat{H}C$

Tn: $BP \cong CQ$

Dimostrazione

Considero $\overset{\triangle}{ABO}$ e $\overset{\triangle}{AOC}$. Essi hanno:
1) AO in comune;
2) $AB \cong AC$ per Hp;
3) $B\hat{A}O \cong O\hat{A}C$ per Hp:

I due triangoli sono quindi congruenti per il primo criterio di congruenza

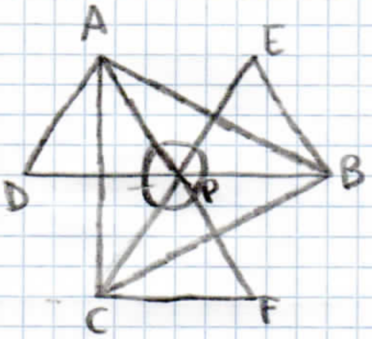
In particolare ad elementi congruenti si oppongono elementi congruenti, quindi:
a) $A\hat{B}O \cong A\hat{C}O$
b) $A\hat{O}B \cong A\hat{O}C$
c) $BO \cong OC$

Considero $\overset{\triangle}{BPO}$ e $\overset{\triangle}{COQ}$. Essi hanno:
1) $BO \cong CO$ per precedente dimostrazione;
2) $B\hat{O}P \cong C\hat{O}Q$ perché opposti al vertice.
3) $P\hat{B}O \cong O\hat{C}Q$ perché supplementari di comune di angoli congruenti.

I due triangoli sono congruenti per il secondo criterio di congruenza.

In particolare ad angoli congruenti si oppongono lati congruenti, quindi $BP \cong CQ$.

131



Hp: $\overset{\triangle}{APD} \cong \overset{\triangle}{EPB} \cong \overset{\triangle}{PCF}$

$A\hat{P}B \cong B\hat{P}C \cong CPA$

Th: $AB \cong BC \cong CA$

Dimostrazione

Considero $\overset{\triangle}{APB} \cong \overset{\triangle}{BPC}$. Essi hanno:

1) PB in comune;
2) $AP \cong PC$ per Hp;
3) $A\hat{P}B \cong B\hat{P}C$ per Hp.

I due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza.

In particolare ad angoli congruenti si oppongono lati congruenti, quindi $AB \cong BC$.

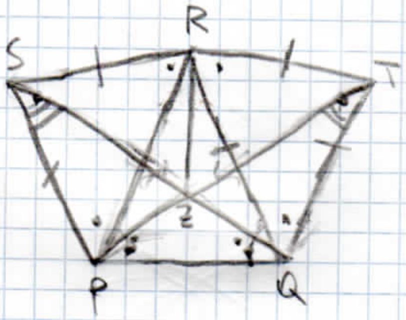
Considero $\overset{\triangle}{CPB}$ e $\overset{\triangle}{APC}$. Essi hanno:

1) PC in comune;
2) $AP \cong PB$ per Hp;
3) $B\hat{P}C \cong C\hat{P}A$ per Hp.

I due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza

In particolare, ad angoli congruenti si oppongono lati congruenti, quindi $BC \cong CA$.

Per la proprietà transitiva della congruenza, $AB \cong BC \cong CA$.



Hp: $RP \cong RQ$

$\widehat{PPQ} \cong \widehat{RQP}$

$RS \cong RP \cong PS$

$RQ \cong \cancel{RTQ} \cong TQ$

Th: $PT \cong SQ$

$\widehat{PRZ} \cong \widehat{ZRQ}$

Dimostrazione

Considero $\overset{\triangle}{SPQ}$ e $\overset{\triangle}{TPQ}$. Essi hanno:

1) PQ in comune;
2) $SP \cong TQ$ per proprietà transitiva della congruenza;
3) $\widehat{SPQ} \cong \widehat{TQP}$ perché somme di angoli congruenti.

In particolare ad elementi congruenti si oppongono elementi congruenti, quindi PZQ

$\overset{\triangle}{PZQ}$ è isoscele perché ha i due angoli alla base sono congruenti, quindi $PZ \cong ZQ$.

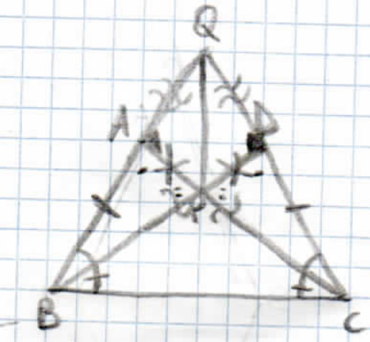
~~In part~~ Considero $\overset{\triangle}{RZP}$ e $\overset{\triangle}{RZQ}$. Essi hanno:

1) $RP \cong RQ$ per Hp;
2) $PZ \cong ZQ$ per precedente dimostrazione;
3) $\widehat{RPZ} \cong \widehat{RQZ}$ perché differenze di angoli congruenti.

I due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza.

In particolare a lati congruenti si oppongono angoli congruenti, quindi $\widehat{PRZ} \cong \widehat{ZRQ}$.

133)



Hp: $A\hat{B}C \cong A\hat{B}D$

Th: $PB \cong PC$

$A\hat{Q}P \cong P\hat{Q}D$

Dimostrazione

Poiché $P\hat{B}C \cong P\hat{C}B$, il triangolo $B\hat{C}P$ è isoscele, quindi $PB \cong PC$.

Considero $C\hat{D}P$ e $A\hat{P}B$. Essi hanno:

1) $CD \cong AB$ per Hp;
2) $D\hat{C}P \cong A\hat{B}P$ perché differenze di angoli congruenti;
3) $P\hat{D}C \cong B\hat{A}P$ per Hp.

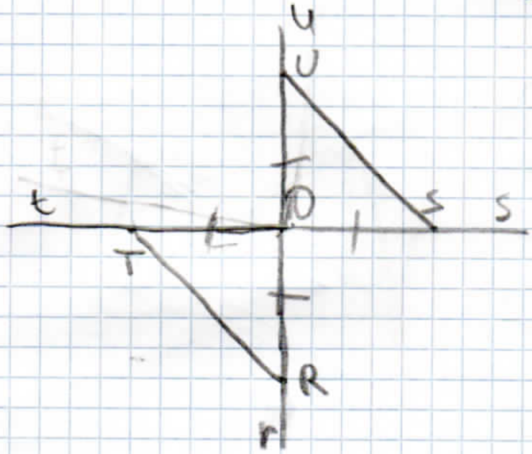
I due triangoli sono congruenti per il secondo criterio di congruenza.
In particolare ad angoli congruenti si oppongono lati congruenti, quindi $AP \cong PD$.
Osservo che $Q\hat{B}C \cong Q\hat{C}B$ e quindi $C\hat{Q}B$ è isoscele, allora $QB \cong QC$.

Considero $A\hat{Q}P$ e $P\hat{Q}D$. Essi hanno:

1) $AP \cong PD$ per precedente dimostrazione;
2) $AQ \cong QD$ perché differenze di lati congruenti;
3) $Q\hat{A}P \cong Q\hat{D}P$ perché supplementari di angoli congruenti.

I due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza.
In particolare a lati congruenti, si oppongono angoli congruenti, qui[ndi]
$A\hat{Q}P \cong P\hat{Q}D$.

(134)



Hp: $OR \cong OS \cong OT \cong OU$

Th: $TR \cong US$

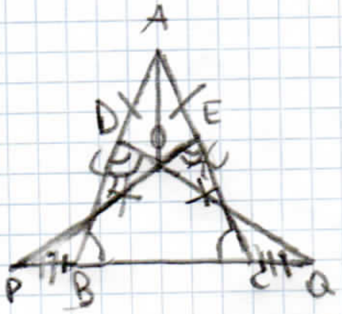
Dimostrazione

Considero $T\overset{\triangle}{O}R$ e $U\overset{\triangle}{O}S$ Essi hanno:

1) $OR \cong OU$ per Hp
2) $OT \cong OS$ per Hp:
3) $T\hat{O}R \cong U\hat{O}S$ perché opposti al vertice.

I due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza.

In particolare ad elementi congruenti si oppongono elementi congruenti, quindi $TR \cong US$



Hp: $AB \cong AC$

$A\hat{B}C \cong A\hat{C}B$

$AD \cong AE$

$PB \cong CQ$

Th: $\overset{\triangle}{DBQ} \cong \overset{\triangle}{ECP}$

$PO \cong OQ$

$\overset{\triangle}{AOD} \cong \overset{\triangle}{AEO}$

Dimostrazione

Considero $\overset{\triangle}{DBQ}$ e $\overset{\triangle}{ECP}$. Essi hanno:

1) $DB \cong EC$ perché differenze di lati congruenti;
2) $BQ \cong PC$ perché somme di lati congruenti;
3) $D\hat{B}Q \cong E\hat{C}P$ per Hp.

I due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza.

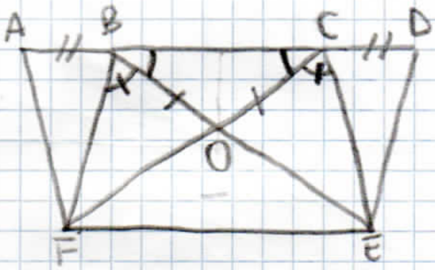
In particolare ad elementi congruenti, si oppongono elementi congruenti, quindi $PE \cong DQ$, $\hat{P} \cong \hat{Q}$ e $B\hat{D}Q \cong PE$

Poiché $O\hat{P}Q \cong O\hat{Q}P$, il triangolo $O\hat{P}Q$ è isoscele, allora $PO \cong OQ$.

Considero $\overset{\triangle}{AOD}$ e e $\overset{\triangle}{AEO}$. Essi hanno:

1) $DO \cong OE$ perché differenze di lati congruenti;
2) $AD \cong AE$ per Hp.
3) $A\hat{D}O \cong A\hat{E}O$ perché supplementari di angoli congruenti.

I due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza.



Hp: $AB \cong CD$

$\widehat{EBC} \cong \widehat{FCE}$

$\widehat{FBE} \cong \widehat{ECF}$

Th: $BF \cong CE$

$AF \cong DE$

Dimostrazione

~~Essendo BOC~~ $\overset{\triangle}{BOC}$, avendo due angoli congruenti, è isoscele e allora $BO \cong OC$

Considero $\overset{\triangle}{BOF}$ e $\overset{\triangle}{COE}$. Essi hanno:

1) $BO \cong OC$ per precedente dimostrazione;
2) $F\hat{B}O \cong E\hat{C}O$ per Hp;
3) $B\hat{O}F \cong C\hat{O}E$ perché opposti al vertice.

I due triangoli sono congruenti per il secondo criterio di congruenza.

In particolare, ad angoli congruenti si oppongono lati congruenti, quindi $BF \cong CE$.

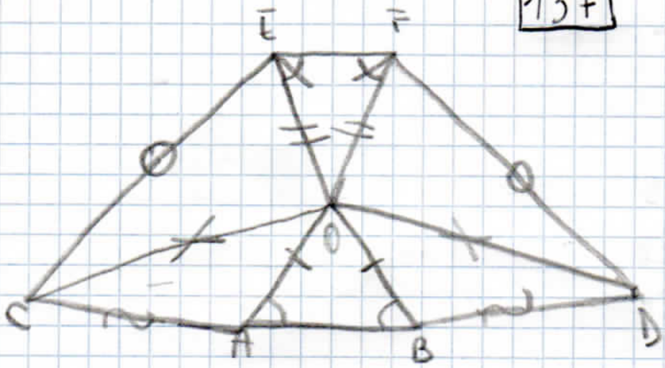
Considero $\overset{\triangle}{ABF}$ e $\overset{\triangle}{CDE}$. Essi hanno:

1) $AB \cong CD$ per Hp;
2) $BF \cong CE$ per precedente dimostrazione;
3) $A\hat{B}F \cong D\hat{C}E$ perché supplementari di angoli congruenti.

I due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza.

In particolare ad angoli congruenti, si oppongono lati congruenti quindi $AF \cong DE$.

137



Hp: $O\hat{E}F \cong E\hat{F}O$

$EC \cong FD$

$CO \cong OD$

$CA \cong BD$

$O\hat{A}B \cong O\hat{B}A$

Th: $E\hat{C}A \cong F\hat{D}B$

Poiché $O\hat{E}F \cong E\hat{F}O$, allora $O\hat{F}E$ é isoscele, quindi $EO \cong FO$.

Poiché $O\hat{A}B \cong O\hat{B}A$, allora $A\hat{O}B$ é isoscele, quindi $AO \cong OB$.

Considero $O\hat{F}D$ e $E\hat{O}C$. Essi hanno:

1) $EO \cong FO$ per precedente dimostrazione;
2) $EC \cong FD$ per Hp;
3) $CO \cong OD$ per Hp.

I due triangoli sono congruenti per il terzo criterio di congruenza.

In particolare a lati congruenti si oppongono angoli congruenti, quindi $F\hat{D}O \cong E\hat{C}O$.

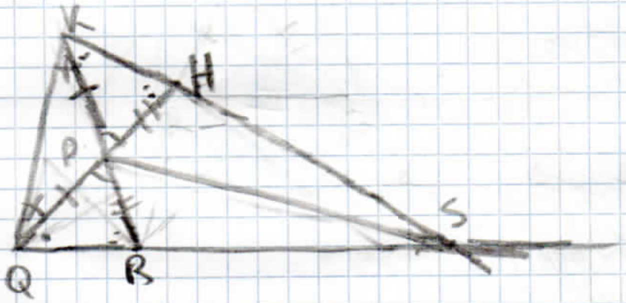
Considero $O\hat{C}A$ e $O\hat{D}B$. Essi hanno:

1) $AO \cong OB$ per precedente dimostrazione;
2) $CO \cong OD$ per Hp;
3) $CA \cong AD$ per Hp.

I due triangoli sono congruenti per il terzo criterio di congruenza.

In particolare a lati congruenti si oppongono angoli congruenti, quindi $O\hat{C}A \cong$

$E\hat{C}A \cong F\hat{D}B$ perché somme di angoli congruenti.



Hp: $PH \cong PR$

$PK \cong PQ$

$PQ > PR$

Th: $SK \cong SQ$

$H\hat{S}P \cong P\hat{S}R$

Dimostrazione

$K\hat{P}Q$ è isoscele, quindi $Q\hat{K}P \cong K\hat{Q}P$.

Considero $K\hat{P}H$ e $Q\hat{P}R$. Essi hanno:

1) $PK \cong PQ$ per Hp;
2) $PH \cong PR$ per Hp;
3) $K\hat{P}H \cong Q\hat{P}R$ perché opposti al vertice.

I due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza.

In particolare ad elementi congruenti si oppongono elementi congruenti, quindi $P\hat{K}H \cong P\hat{Q}R$, $K\hat{H}P \cong P\hat{R}Q$, $KH \cong QR$.

$S\hat{K}Q \cong S\hat{Q}K$ perché somme di angoli congruenti.

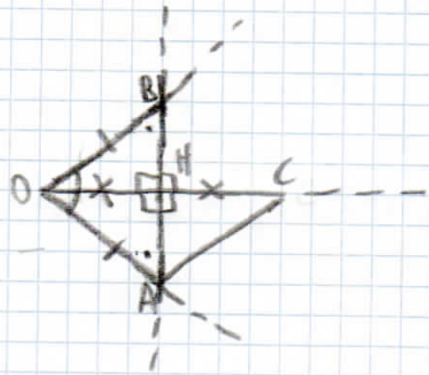
Di conseguenza $S\hat{K}Q$ è isoscele e quindi $SK \cong SQ$.

Considero $S\hat{P}H$ e $S\hat{P}R$. Essi hanno:

1) $SH \cong SR$ perché differenze di lati congruenti;
2) $PH \cong PR$ per Hp;
3) $P\hat{H}S \cong P\hat{R}S$ perché supplementari di angoli congruenti.

~~In particolare a~~ I due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza.

In particolare a lati congruenti si oppongono angoli congruenti, quindi $H\hat{S}P \cong P\hat{S}R$.



Hp: $B\hat{O}H \cong H\hat{O}A$

$OH \cong HC$

$B\hat{H}O \cong O\hat{H}A \cong A\hat{H}C \cong C\hat{H}O \cong \frac{\pi}{2}$

Th: $O\overset{\triangle}{B}H \cong O\overset{\triangle}{A}H$

$AC \cong AO$

Dimostrazione

Considero $O\overset{\triangle}{B}H$ e $O\overset{\triangle}{A}H$. Essi hanno:

1) OH in comune;
2) $H\hat{O}B \cong H\hat{O}A$ per Hp;
3) $B\hat{H}O \cong A\hat{H}O$ per Hp.

I due triangoli sono congruenti per il secondo criterio di congruenza.

In particolare ad elementi congruenti si oppongono elementi congruenti, quindi $H\hat{A}O \cong H\hat{B}O$, $OB \cong O$ $BH \cong HA$.

Considero $O\overset{\triangle}{H}A$ e $A\overset{\triangle}{H}C$. Essi hanno:

1) AH in comune;
2) $OH \cong HC$ per Hp;
3) $O\hat{H}A \cong A\hat{H}C$ per Hp.

I due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza.

In particolare ad angoli congruenti si oppongono lati congruenti, quindi A