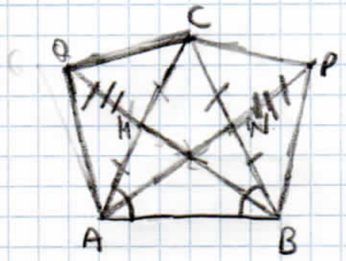


Hp: $AC \cong BC$ $\quad MQ \cong NP$

$AM \cong MC$

$BN \cong NC$

$C\hat{A}B \cong C\hat{B}A$

Th: $QA \cong PB$

$QC \cong CP$

Dimostrazione

Considero $\overset{\triangle}{AMB}$ e $\overset{\triangle}{ANB}$. Essi hanno:

1) AB in comune;

2) $AM \cong NB$ perché metà di lati congruenti;

3) $M\hat{A}B \cong N\hat{B}A$ per Hp.

I due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza.

In particolare elementi congruenti si oppongono ad elementi congruenti:

a) $A\hat{N}B \cong A\hat{M}B$;

b) $M\hat{B}A \cong N\hat{A}B$;

c) $MB \cong NA$.

Considero $\overset{\triangle}{QCB}$ e $\overset{\triangle}{ACP}$. Essi hanno:

1) $AC \cong CB$ per Hp;

2) $QB \cong AP$ perché somme di lati congruenti;

3) $C\hat{A}P \cong Q\hat{B}C$ perché metà di angoli congruenti.

I due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza.

In particolare ad elementi congruenti si oppongono elementi congruenti, quindi:

a) ~~$QC \cong$~~ $B\hat{Q}C \cong A\hat{P}C$;

b) $Q\hat{C}B \cong ACP$;

c) $QC \cong CP$.

Considero $\overset{\triangle}{AQC}$ e $\overset{\triangle}{CPB}$. Essi hanno:

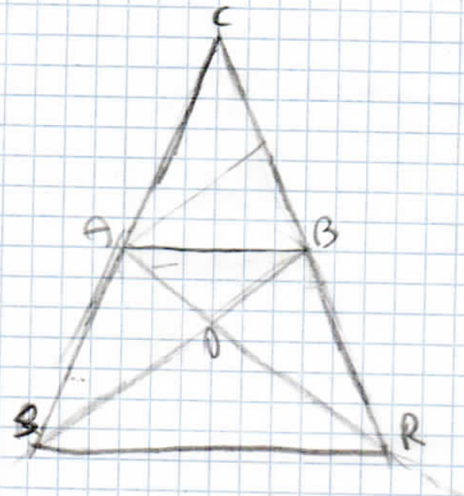
1) $QC \cong CP$ per precedente dimostrazione;

2) $AC \cong CB$ per Hp;

3) $Q\hat{C}A \cong B\hat{C}P$ perché differenze di angoli congruenti.

I due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza.

In particolare ad angoli congruenti si oppongono lati congruenti, $QA \cong PB$



Hp: $CA \cong CB$ $\quad A\hat{B}S \cong S\hat{B}R$

$C\hat{A}B \cong C\hat{B}A$

$C\hat{A}R \cong R\hat{A}B$

Th: $CS \cong CR$

$AR \cong BS$

Dimostrazione

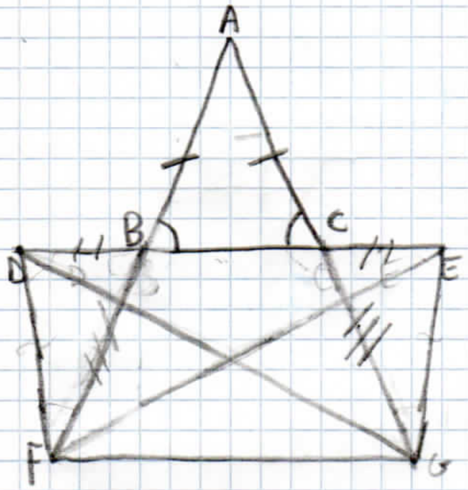
Considero $C\hat{B}S$ e $C\hat{A}R$. Essi hanno:

1) $AC \cong BC$ per Hp;
2) $\hat{C}$ in comune;
3) $C\hat{A}R \cong C\hat{B}S$ perché somme di angoli congruenti.

I due triangoli sono congruenti per il secondo criterio di congruenza.

In particolare ad elementi congruenti si oppongono elementi congruenti, quindi

a) $C\hat{S}B \cong C\hat{R}A$;
b) $AR \cong BS$;
c) $CR \cong CS$.



Hp: $AB \cong AC$ $\quad A\hat{B}C \cong A\hat{C}B$

$BF \cong CG$

$DB \cong CE$

Th: $D\hat{F}G \cong E\hat{F}G$ (△)

Dimostrazione

Considero $D\hat{B}F$ e $C\hat{E}G$ (△). Essi hanno:
1) $DB \cong CE$ per Hp;
2) $BF \cong CG$ per Hp;
3) $D\hat{B}F \cong E\hat{C}G$ perché opposti al vertice di angoli congruenti. Sono congruenti per il primo criterio di congruenza

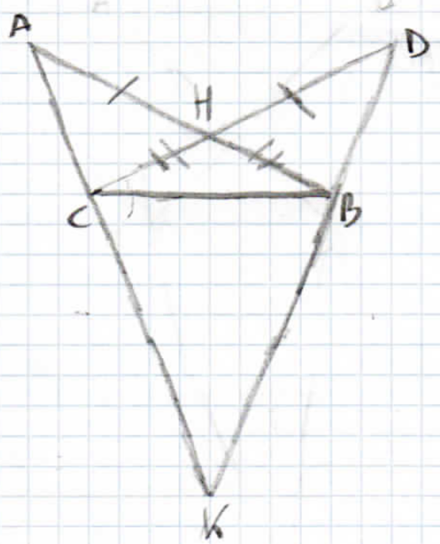
In particolare elementi congruenti si oppongono ad elementi congruenti, quindi:
a) $D\hat{F}B \cong C\hat{G}E$;
b) $F\hat{D}B \cong G\hat{E}C$;
c) $DF \cong EG$.

Considero $D\hat{G}C$ e $F\hat{B}E$ (△). Essi hanno:
1) $DC \cong BE$ perché somme di lati congruenti;
2) $BF \cong CG$ per Hp;
3) $F\hat{B}C \cong B\hat{C}G$ perché supplementari di angoli congruenti sono congruenti. Sono congruenti per il primo criterio

In particolare ad angoli congruenti si oppongono lati congruenti, quindi $DG \cong FE$.

Considero $D\hat{F}G$ e $E\hat{F}G$ (△). Essi hanno:
1) $DF \cong EG$ per precedente dimostrazione;
2) FG in comune;
3) $DG \cong FE$ per precedente dimostrazione.

I due triangoli sono congruenti per il terzo criterio di congruenza.



Hp: $AH \cong HD$
$CH \cong HB$

Th: $CK \cong KB$

Dimostrazione

Osservo che $C\hat{H}B$ è un triangolo isoscele di base CB, quindi $H\hat{C}B \cong H\hat{B}C$.

Considero $A\overset{\triangle}{H}C$ e $B\overset{\triangle}{H}D$. Essi hanno:

1) $AH \cong HD$ per Hp;
2) $CH \cong HB$ per Hp;
3) $A\hat{H}C \cong D\hat{H}B$ perché opposti al vertice.

~~In particolare ad angoli congruenti si oppong~~

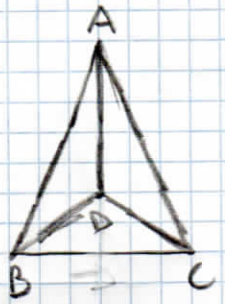
I due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza.

In particolare ad lati congruenti si oppongono lati congruenti, quindi $A\hat{C}H \cong$

$A\hat{C}B \cong D\hat{B}C$ perché somme di angoli congruenti.

$B\hat{C}K \cong C\hat{B}K$ perché supplementari di angoli congruenti.

Il triangolo $C\overset{\triangle}{B}K$, avendo due angoli congruenti, è isoscele.



Hp: $BD \cong DC$

$AB \cong BC$

$A\hat{B}C \cong ACB$

Th: $B\hat{A}D \cong D\hat{A}C$

Dimostrazione

Considero $B\hat{A}D$ e $A\hat{C}D$. Essi hanno:

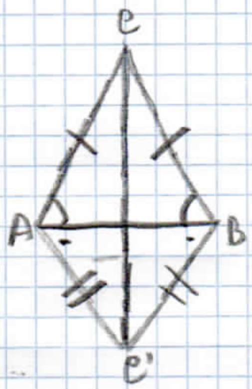
1) AD in comune;

2) $BD \cong DC$ per Hp;

3) $AB \cong AC$ per Hp.

I due triangoli sono congruenti per il terzo criterio di congruenza.

In particolare a lati congruenti si oppongono ad angoli congruenti, quindi $B\hat{A}D \cong DAC$.



Hp: $AC \cong CB$ $\quad C\hat{A}B \cong C\hat{B}A$

$AC' \cong BC'$

$C'\hat{A}B \cong C'\hat{B}A$

Th: $A\hat{C}C' \cong C\hat{C'}A$.

$A\hat{C}C' \cong C'\hat{C}B$

Dimostrazione

Considero $A\overset{\triangle}{C'}C$ e $C\hat{C'}B$. Essi hanno:

1) $AC \cong CB$ per Hp.
2) $AC' \cong C'B$ per Hp;
3) CC' in comune.

~~In parti~~ I due triangoli sono congruenti per il terzo criterio di congruenza.

In particolare a lati congruenti si oppongono angoli congruenti, quindi:
$A\hat{C'}C \cong C\hat{C'}A$ e $A\hat{C}C' \cong C'\hat{C}B$.