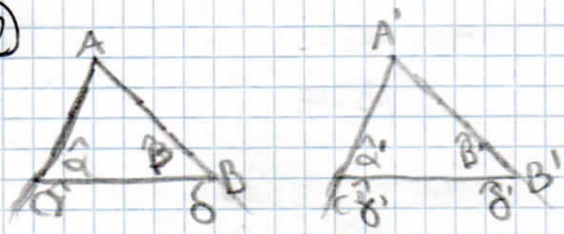
62



Hp: $BC \cong B'C'$

$\hat\gamma \cong \hat\gamma'$

$\hat\delta \cong \hat\delta'$

Th: $A\overset{\triangle}{B}C \cong A'\overset{\triangle}{B'}C'$

DIMOSTRAZIONE

Angoli supplementari di angoli congruenti, sono congruenti.

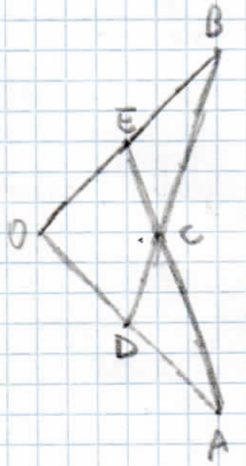
Quindi, $\hat\alpha \cong \hat\alpha'$ e $\hat\beta \cong \hat\beta'$

Considero $A\overset{\triangle}{B}C$ e $A'\overset{\triangle}{B'}C'$, essi hanno:

1) $BC \cong B'C'$
2) $\hat\alpha \cong \hat\alpha'$ per dimostrazione
3) $\hat\beta \cong \hat\beta'$ per dimostrazione

Essi sono congruenti per il secondo criterio di congruenza.

63



Hp: $OE \cong EB \cong OD \cong DA$

Th: $A\overset{\triangle}{D}C \cong B\overset{\triangle}{E}C$

Considero $O\overset{\triangle}{B}D$ e $E\overset{\triangle}{O}A$, essi hanno:

1) $OB \cong OA$ perché somme di angoli congruenti
2) $\hat{O}$ in comune
3) $OE \cong OD$ per Hp.

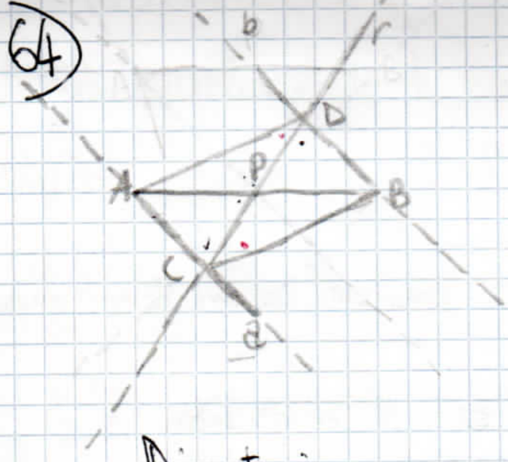
Sono congruenti per il primo criterio di congruenza.

In particolare ad ~~angoli~~ lat. congruenti si oppongono ~~lat.~~ angoli congruenti, quindi $\hat{A} \cong \hat{B}$ e $A\hat{E}O \cong B\hat{D}O$.

Considero $A\overset{\triangle}{D}C$ e $B\overset{\triangle}{E}C$, essi hanno:

1) $EB \cong DA$ per Hp.
2) $A\hat{D}C \cong B\hat{E}C$ perché angoli supplementari di angoli congruenti.
3) $\hat{A} \cong \hat{B}$ per dimostrazione.

64



Hp: $AP \cong PB$

$C\hat{A}B \cong P\hat{B}D$

Th: $A\hat{C}P \cong P\hat{D}B$

$P\hat{C}B \cong A\hat{D}P$

Dimostrazione

Considero $A\hat{P}C$ e $P\hat{D}B$. Essi hanno:

1) $A\hat{P}C \cong D\hat{P}B$ perché opposti al vertice.
2) $AP \cong PB$ per Hp
3) $C\hat{A}P \cong P\hat{B}D$ per Hp

Essi sono quindi congruenti per il secondo criterio di congruenza.

In particolare a ~~lati~~ elementi uguali si oppongono ~~lati~~ ~~angoli~~ elementi uguali, quindi $A\hat{C}P \cong P\hat{D}B$ e $CP \cong PD$

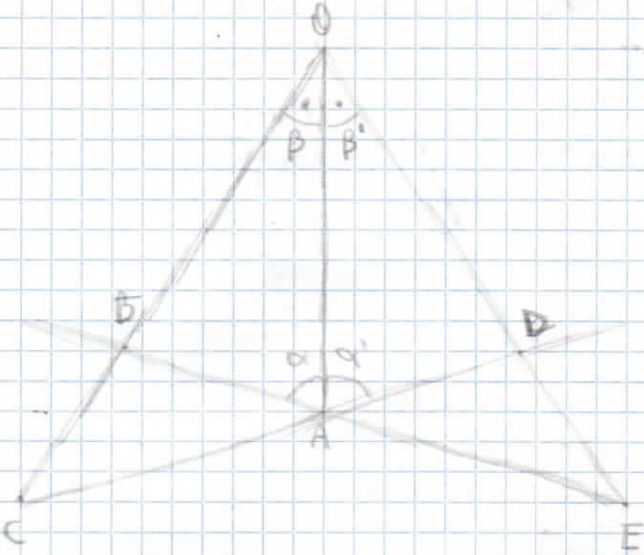
Considero $A\hat{P}D$ e $C\hat{P}B$, Essi hanno:

1) $AD \cong PB$ per Hp
2) $A\hat{P}D \cong C\hat{P}B$ perché opposti al vertice
3) $CP \cong PB$ per precedente dimostrazione

Essi sono quindi congruenti per il primo criterio di congruenza.

In particolare a lati congruenti si oppongono angoli congruenti, quindi $P\hat{C}B \cong A\hat{D}P$

65



Hp: $\alpha \cong \alpha'$
$\beta \cong \beta'$

Th: $CA \cong EA$
$CB \cong ED$

Dimostrazione

Considero $\overset{\triangle}{AOB}$ e $\widehat{ADD}$. Essi hanno:

1) $\alpha \cong \alpha'$ per Hp;
2) $\beta \cong \beta'$ per Hp;
3) AO in comune.

Essi sono congruenti per il ~~primo~~ secondo criterio di congruenza.

In particolare ad elementi congruenti si oppongono elementi congruenti, quindi

$AB \cong AD$, $OB \cong OD$ e $A\hat{B}O \cong A\hat{D}O$.

Considero $A\hat{B}C$ e $A\hat{D}E$ Essi hanno:

1) $D\hat{A}E \cong B\hat{A}C$ perché supplementari di angoli congruenti;
2) $AB \cong AD$ per precedente dimostrazione;
3) $A\hat{B}C \cong A\hat{D}E$ perché supplementari di angoli congruenti.

Essi sono quindi congruenti per il secondo criterio di congruenza.

In particolare ad elementi congruenti si oppongono elementi congruenti,
quindi $\hat{C} \cong \hat{E}$, $\underline{CA \cong EA}$ e $\underline{CB \cong ED}$.

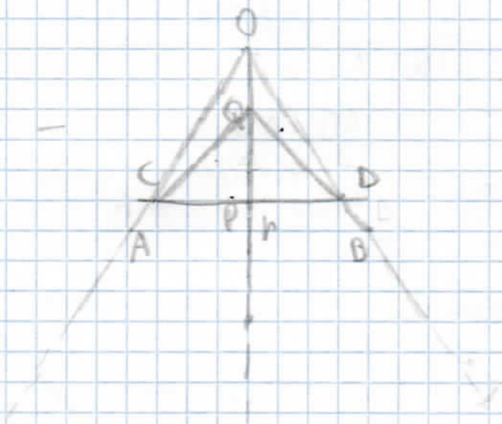
66

Hp: $O\hat{P}D \cong O\hat{P}C \cong A\hat{P}r \cong B\hat{P}r$

$A\hat{O}P \cong P\hat{O}B$

Th: $OC \cong OD$

$QC \cong QD$



Dimostrazione

Considero $C\hat{O}P$ e $P\hat{O}D$. Essi hanno:

1) OP in comune
2) $C\hat{P}O \cong O\hat{P}D$ per Hp
3) $C\hat{O}P \cong P\hat{O}D$ per Hp

Essi sono congruenti per il secondo criterio di congruenza.

In particolare ad angoli congruenti si oppongono lati congruenti quindi $OC \cong OD$

Considero $C\hat{Q}P$ e $P\hat{Q}D$. Essi hanno:

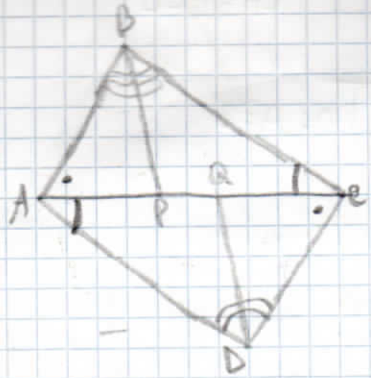
1) QP in comune
2) $C\hat{P}Q \cong Q\hat{P}D$ per Hp
3) $CP \cong PD$ per precedente dimostrazione

Essi sono quindi congruenti per il primo criterio di congruenza.

In particolare ad angoli congruenti si oppongono lati congruenti, quindi $QC \cong QD$

$L\hat{M}N \cong \pi$

67



Hp: $D\hat{A}C \cong A\hat{C}B$ $A\hat{B}P \cong P\hat{B}C$

$C\hat{A}B \cong A\hat{C}D$ $A\hat{D}Q \cong Q\hat{D}C$

Tn: $AB C \cong AC D$

$BP \cong DQ$

Dimostrazione

Considero $A\hat{B}C$ e $A\hat{C}D$. Essi hanno:

1) AC in comune;
2) $D\hat{A}C \cong A\hat{C}B$ per Hp;
3) $D\hat{C}A \cong C\hat{A}B$ per Hp.

I due triangoli, avendo due angoli e il lato ad essi adiacente ordinatamente congruenti, sono congruenti per il secondo criterio di congruenza.

In particolare ad elementi congruenti si oppongono elementi congruenti, quindi:

$A\hat{B}C \cong A\hat{D}C$, $AD \cong BC$ e $AB \cong CD$.

Considero $A\hat{P}B$ e $Q\hat{D}C$. Essi hanno:

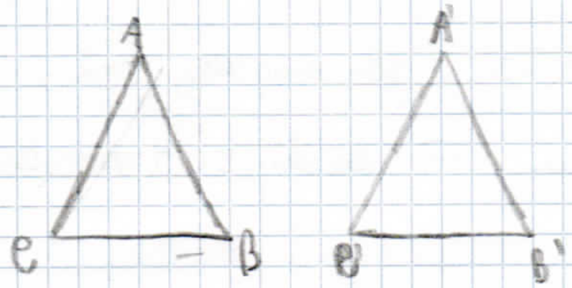
1) $P\hat{A}B \cong Q\hat{C}D$ per Hp;
2) $P\hat{B}A \cong Q\hat{D}C$ perché quozienti di ~~angoli~~ elementi congruenti;
3) $AB \cong CD$ per precedente dimostrazione.

I due triangoli, avendo due angoli e il* lato ad essi adiacente ordinatamente congruenti, sono congruenti per il secondo criterio di congruenza.

In particolare ad elementi congruenti si oppongono elementi congruenti, quindi

$AP \cong QC$, $\hat{P} \cong \hat{Q}$ e $\underline{BP \cong DQ}$.

70



Hp: ~~$AC \cong AB$~~ ~~$A'C' \cong A'B'$~~ ~~$AB \cong A'B'$~~ ~~$CB \cong C'B'$~~ ~~$\hat{C} \cong \hat{B}$~~ ~~$\hat{C'} \cong \hat{B}$~~

$\hat{B} \cong \hat{C}$ $\hat{C'} \cong \hat{B'}$

$\hat{B} \cong \hat{B'}$ $AC \cong AB$

$CB \cong C'B'$ $A'C' \cong A'B'$

Th: $\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{A'B'C'}$

~~Dimostrazione~~

~~Per la propietá transitiva della congruenza, se $AB \cong A'B'$ e $A'B' \cong A'C'$, allora $AB \cong A'C'$ e se $AB \cong A'B'$ e $AC \cong AB$, allora $AC \cong A'B'$~~.

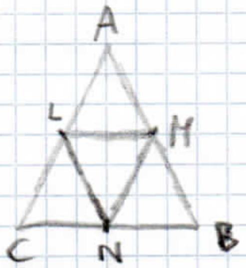
Per la propietá transitiva della congruenza, se $\hat{B} \cong \hat{C}$ e $\hat{B'} \cong \hat{C'}$, allora $\hat{C'} \cong \hat{C}$.

Considero i triangoli $\overset{\triangle}{ABC}$ e $\overset{\triangle}{A'B'C'}$. Essi hanno:

1) $CB \cong C'B'$ per Hp;
2) $C \cong C'$ per precedente dimostrazione;
3) $B \cong B'$ per Hp.

I due triangoli sono quindi congruenti per il secondo criterio di congruenza

71



Hp: $AM \cong MB$ $AC \cong AB$

$CN \cong NB$ $\hat{C} \cong \hat{B}$

$CL \cong AL$

Th: $LN \cong NM$

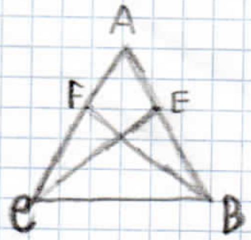
Dimostrazione

Considero i triangoli $L\hat{C}N$ e $M\hat{N}B$. Essi hanno:

1) $LC \cong MB$ perché metá di ~~angoli~~ lati congruenti;
2) $CN \cong NB$ per costruzione e per Hp;
3) $C \cong B$ per Hp.

I due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza.

In particolare ad angoli uguali si oppongono lati uguali, quindi $LN \cong NM$



Hp. $BE \cong CF$

$AB \cong AC$

$B \cong C$

Th: $B\hat{E}C \cong B\hat{F}C$

$B\hat{A}F \cong C\hat{E}A$

Dimostrazione

Considero $B\hat{E}C$ e $B\hat{F}C$. Essi hanno:

1) CB in comune;
2) $FC \cong EB$ per Hp;
3) $A\hat{C}B \cong C\hat{B}A$ per Hp.

I due triangoli sono quindi congruenti per il primo criterio di congruenza.

In particolare ad elementi congruenti si oppongono elementi congruenti quindi:

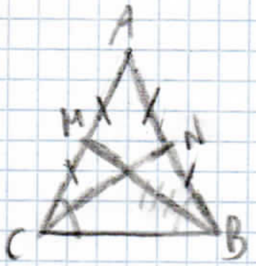
1) $C\hat{F}B \cong C\hat{E}B$;
2) $E\hat{C}B \cong F\hat{B}C$;
3) $FB \cong EC$

Considero $B\hat{A}F$ e $C\hat{E}A$. Essi hanno:

1) $FB \cong EC$ per precedente dimostrazione;
2) $AC \cong AB$ per Hp;
3) $A\hat{C}E \cong A\hat{B}F$ perché differenze di angoli congruenti.

I due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza

73



Hp: $A\hat{B}C \cong B\hat{C}A$

$AC \cong AB$

$CM \cong MA$

$AN \cong NB$

Th: $CN \cong MB$

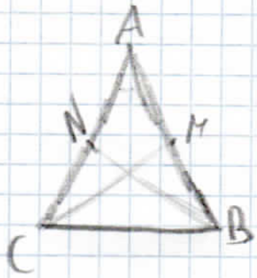
Dimostrazione

Considero $\overset{\triangle}{ANC}$ e $\overset{\triangle}{AMB}$. Essi hanno:

1) $\hat{A}$ in comune;
2) $AC \cong AB$ per Hp;
3) $AM \cong AN$ perché metà di ~~lati~~ lati congruenti.

I due triangoli sono quindi congruenti per il primo criterio di congruenza.
In particolare ad angoli congruenti si oppongono lati congruenti, quindi $CN \cong MB$.

74



Hp: ~~ANM~~ $A\hat{C}M \cong M\hat{C}B$

$A\hat{B}N \cong N\hat{B}C$

$A\hat{B}C \cong A\hat{C}B$

$AC \cong AB$

Th: $NB \cong MC$

Dimostrazione

Considero $\overset{\triangle}{AMC}$ e $\overset{\triangle}{ANB}$. Essi hanno:

1) $\hat{A}$ in comune;
2) $A\hat{C}M \cong N\hat{B}A$ perché metà di angoli congruenti;
3) $AC \cong AB$ per Hp.

I due triangoli sono quindi congruenti per il primo criterio di congruenza. In particolare ad angoli congruenti si oppongono angoli congruenti, quindi $NB \cong MC$.