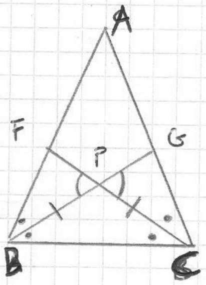
PAG 661 n° 83 - 84 - 95 - 121 - 122

83.



Hp

$AB \cong AC$

$A\hat{B}C \cong A\hat{C}B$

$A\hat{B}G \cong G\hat{B}C$

$A\hat{C}F \cong F\hat{C}B$

Th

$P\hat{B}C \cong P\hat{C}B$

$PF \cong PG$

DIMOSTRAZIONE

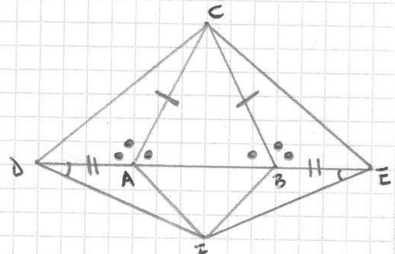
Considero il triangolo $\overset{\triangle}{PBC}$, esso ha $P\hat{B}C \cong P\hat{C}B$ perché metà di angoli congruenti, quindi il triangolo $\overset{\triangle}{PBC}$ è isoscele sulla base BC. Essendo $\overset{\triangle}{PBC}$ isoscele, allora $PB \cong PC$.

Considero i triangoli $\overset{\triangle}{BFP}$ e $\overset{\triangle}{PCG}$, essi hanno:

1) $F\hat{P}B \cong G\hat{P}C$ perché angoli opposti al vertice
2) $PB \cong PC$ per precedente dimostrazione
3) $F\hat{B}P \cong G\hat{C}P$ perché metà di angoli congruenti.

I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti un lato e i due angoli ad esso adiacenti, sono congruenti per il secondo criterio di congruenza. In particolare $PF \cong PG$ perché lati che si oppongono ad angoli congruenti.

84.



Hp

$AB \cong AC$

$A\hat{B}C \cong B\hat{A}C$

$DA \cong BE$

$F\hat{D}A \cong F\hat{E}B$

Th

$DC \cong CE$

$AF \cong FB$

DIMOSTRAZIONE: Considero i triangoli $\overset{\triangle}{ADC}$ e $\overset{\triangle}{BCE}$, essi hanno:

1) $DA \cong BE$
2) $AC \cong AB$
3) $D\hat{A}C \cong E\hat{B}C$

I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti due lati e l'angolo tra essi compreso congruenti, sono congruenti per il primo criterio di congruenza. In particolare $DC \cong CE$ perché lati opposti ad angoli congruenti.

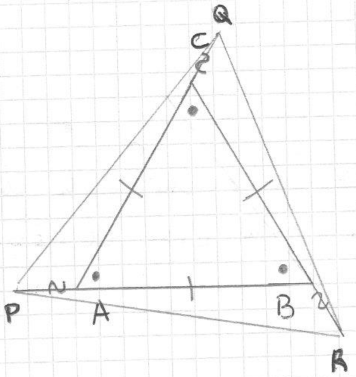
Considero il triangolo $\overset{\triangle}{DFE}$, esso è isoscele sulla base DE perché $F\hat{D}A \cong F\hat{E}B$ per Hp. Quindi $DF \cong FE$.

Considero i triangoli $\overset{\triangle}{ADF}$ e $\overset{\triangle}{FBE}$, essi hanno:

1) $DA \cong BE$ per Hp
2) $DF \cong FE$ per precedente dimostrazione
3) $F\hat{D}A \cong F\hat{E}B$ per Hp

I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti due lati e l'angolo tra essi compreso, sono congruenti per il primo criterio di congruenza.
In particolare $AF \cong FB$ perché lati opposti ad angoli congruenti.
Considero il triangolo $\hat{AFB}$, esso è isoscele sulla base AB perché $AF \cong FB$ per precedente dimostrazione.

95.

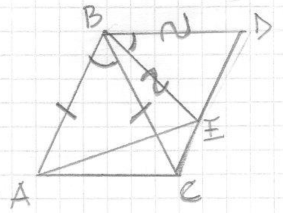


Hp
$B\hat{A}C \cong A\hat{C}B \cong C\hat{B}A$
$AB \cong AC \cong BC$
$CQ \cong AP \cong BR$

Th
$PQ \cong QR \cong PR$

DIMOSTRAZIONE: Considero i triangoli $\hat{APQ}$ e $\hat{CQR}$, essi hanno:
1) $AQ \cong CR$ perché somme di segmenti congruenti
2) $P\hat{A}Q \cong Q\hat{C}R$ perché supplementari di angoli congruenti
3) $AP \cong BR$ per Hp
I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti due lati e l'angolo tra essi compreso, sono congruenti per il primo criterio di congruenza.
In particolare $PQ \cong QR$ perché lati opposti ad angoli congruenti.
Considero i triangoli $\hat{APQ}$ e $\hat{PBR}$, essi hanno:
1) $PB \cong CQ$ perché somme di segmenti congruenti
2) $P\hat{A}Q \cong P\hat{B}R$ perché supplementari di angoli congruenti
3) $AP \cong BR$ per Hp
I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti due lati e l'angolo tra essi compreso, sono congruenti per il primo criterio di congruenza.
In particolare $PQ \cong PR$ perché lati opposti ad angoli congruenti.
Per la proprietà transitiva $PQ \cong QR \cong PR$, quindi il triangolo $\hat{PQR}$ equilatero.

121.



Hp

$AB \cong BC$

$BE \cong BD$

$B\hat{A}C \cong B\hat{C}A$

$B\hat{E}D \cong B\hat{D}E$

$A\hat{B}C \cong E\hat{B}D$

Th

$\overset{\triangle}{ABE} \cong \overset{\triangle}{BCD}$

DIMOSTRAZIONE: Considero i triangoli $\overset{\triangle}{ABE}$ e $\overset{\triangle}{BCD}$, essi hanno:

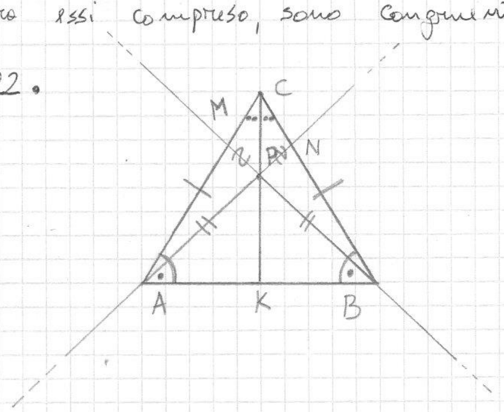
1) $AB \cong BC$ per Hp

2) $BE \cong BD$ per Hp

3) $A\hat{B}E \cong C\hat{B}D$ perché somme di angoli congruenti

I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti due lati e l'angolo tra essi compreso, sono congruenti per il primo criterio di congruenza.

122.



Hp

$AC \cong CB$

$C\hat{A}B \cong C\hat{B}A$

CK altezza di ABC

Th

$PA \cong PB$

$PM \cong PN$

DIMOSTRAZIONE: Considero i triangoli $\overset{\triangle}{APC}$ e $\overset{\triangle}{BPC}$, essi hanno:

1) CP in comune

2) $AC \cong CB$ per Hp

3) $A\hat{C}P \cong B\hat{C}P$ perché CK è anche la bisettrice dell'angolo $\hat{C}$

I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti due lati e l'angolo tra essi compreso, sono congruenti per il primo criterio di congruenza

In particolare $PA \cong PB$ perché lati che si oppongono ad angoli congruenti.

Considero il triangolo ABP, esso è isoscele sulla base AB perché $PA \cong PB$.

Di conseguenza $P\hat{A}B \cong P\hat{B}A$.

Considero i triangoli $\overset{\triangle}{APM}$ e $\overset{\triangle}{BPN}$, essi hanno:

1) $AP \cong PB$ per precedente dimostrazione

2) $M\hat{A}P \cong N\hat{B}P$ perché differenze di angoli congruenti

3) $A\hat{P}M \cong B\hat{P}N$ perché supplementari di angoli congruenti.

I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti un lato e i due angoli ad esso adiacenti, sono congruenti per il secondo criterio di congruenza. In particolare $PM \cong PN$