134 Dato un parallelogramma *ABCD* di centro *O*, siano *P*, *Q*, *R* e *S*, rispettivamente, i punti medi di *AO*, *BO*, *CO* e *DO*. Dimostra che *PQRS* è un parallelogramma.

135 In un triangolo *ABC*, isoscele sulla base *AB*, sia *CH* l'altezza relativa ad *AB*. Chiama *M* e *N*, rispettivamente, i punti medi di *AC* e di *BC*; poi dimostra che i segmenti *BM* e *HN* si incontrano nel loro punto medio.

136 Dimostra che i punti medi dei lati di un quadrilatero sono i vertici di un parallelogramma. Quale caratteristica deve avere il quadrilatero affinché tale parallelogramma sia un rombo? E affinché sia un rettangolo?
(*Suggerimento*: traccia le diagonali del quadrilatero)

139 Sia ABC un triangolo isoscele sulla base AB e sia M il punto medio di AB. Sia H la proiezione di M sul lato AC. Dimostra che MH è congruente alla metà dell'altezza del triangolo relativa al lato AC.

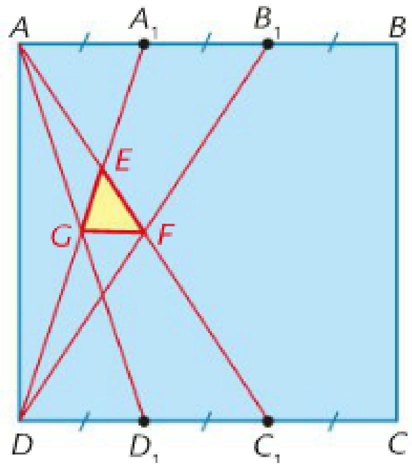
142 Sia $ABCD$ un parallelogramma di centro O. Traccia:

- la retta r passante per O e parallela ai lati BC e AD;
- una retta s, avente in comune con il parallelogramma soltanto il punto A.

Indica con E il punto di intersezione di s con r e con F il punto di intersezione di s con la retta BC. Dimostra che $FC \cong 2EO$.

143 Sia $ABCD$ un quadrato; A_1 e B_1 sono punti sul lato AB tali che $AA_1 \cong A_1B_1 \cong B_1B$; C_1 e D_1 punti sul lato CD tali che $CC_1 \cong C_1D_1 \cong D_1D$ (vedi figura qui sotto). Dimostra che:

a. G è il punto medio di AD_1 e A_1D;
b. F è il punto medio di AC_1 e B_1D;
c. GF è parallelo ad AB e CD.



144 Dato un angolo acuto $r\widehat{O}s$, considera:

a. sul lato r, tre punti A, B, C tali che $OA \cong AB \cong BC$;
b. sul lato s tre punti D, E, F tali che $OD \cong DE \cong EF$;
c. sul prolungamento di AE dalla parte di E, il punto G tale che $AE \cong EG$.

Dimostra che:

d. DA è parallelo a CG e $DA \cong \frac{1}{4} CG$;
e. DA è parallelo a GF;
f. C, F e G sono allineati.

145 Dimostra che i punti medi dei tre lati di un triangolo e il piede di una delle tre altezze sono vertici di un trapezio isoscele.
(*Suggerimento*: ricorda il **teorema 17.16** e il **teorema 18.15**)

146 In un trapezio $ABCD$, la base maggiore AB è il triplo della base minore CD. Siano E e F, rispettivamente, i punti in cui il segmento che congiunge i punti medi dei lati obliqui del trapezio incontra la diagonale AC e la diagonale BD. Dimostra che $EFCD$ è un parallelogramma.
(*Suggerimento*: può essere utile tenere presente il risultato dell'Esercizio 138)

147 Dimostra che il segmento congiungente i punti medi delle diagonali di un quadrilatero incontra il segmento che congiunge i punti medi di due lati opposti del quadrilatero nel suo punto medio.
(*Suggerimento*: dimostra che il quadrilatero che ha come vertici i punti medi dei due lati opposti e delle diagonali è un parallelogramma)

163 Sia $ABCD$ un rombo. Dimostra che le distanze di A dai lati BC e CD sono congruenti.

164 Dato un parallelogramma $ABCD$, siano M e N, rispettivamente, i punti medi di AB e CD. Dimostra che MN è parallelo e congruente a BC e AD.

165 Sia $ABCD$ un parallelogramma. Sulla diagonale AC, considera due punti H e K tali che $AH \cong KC$. Dimostra che $HBKD$ è un parallelogramma.

166 Considera un rombo $ABCD$. Prolunga BC, dalla parte di C, di un segmento CE e CD, dalla parte di C, di un segmento $CF \cong CE$. Dimostra che $BFED$ è un trapezio isoscele.

171 In un parallelogramma $ABCD$, sia M il punto medio di AD. Indicata con K la proiezione di B sulla retta MC, dimostra che il triangolo ABK è isoscele sulla base BK, seguendo i passi qui indicati.

a. Traccia la retta passante per A e parallela a MC e indica con R il suo punto di intersezione con la retta BK.
b. Traccia la retta passante per B e parallela a MC e indica con S il suo punto di intersezione con la retta AD.
c. Dimostra che $AS \cong AM$.
d. Applica il piccolo teorema di Talete. Che cosa puoi dire dei segmenti BR e RK?
e. Considera il triangolo AKB. Quale proprietà ha l'altezza relativa a BK? Perché?
f. Deduci che $AB \cong AK$.

167 Sia $ABCD$ un parallelogramma e $DBCF$ un altro parallelogramma, appartenente al semipiano di origine BD a cui non appartiene A. Dimostra che:

a. A, D e F sono allineati;

b. se $AB \cong BF$, $DBCF$ è un rettangolo.

168 Dimostra che i punti medi dei lati di un trapezio isoscele sono i vertici di un rombo.

169 In un quadrato $ABCD$, sia M il punto medio di AB. Conduci per M la perpendicolare a MC che incontra il lato AD in E. Dimostra che MC è la bisettrice dell'angolo $B\widehat{C}E$, seguendo i passi qui indicati.

a. Indica con H il punto di intersezione tra la retta BC e la retta EM.

b. Dimostra che i triangoli AEM e BHM sono congruenti.

c. Dimostra che i triangoli EMC e HMC sono congruenti.

d. Deduci la tesi.

172 Dato un parallelogramma $ABCD$, prolunga AB, dalla parte di B, di un segmento $BE \cong AB$ e AD, dalla parte di D, di un segmento $DF \cong AD$. Dimostra che E, C e F sono allineati.
(*Suggerimento*: traccia la diagonale BD e considera i quadrilateri $BCFD$ e $BECD$)

173 In un trapezio isoscele $ABCD$, di base maggiore AB e base minore CD, le bisettrici degli angoli adiacenti alla base maggiore si incontrano in un punto O appartenente a CD. Dimostra che $CD \cong 2BC$.