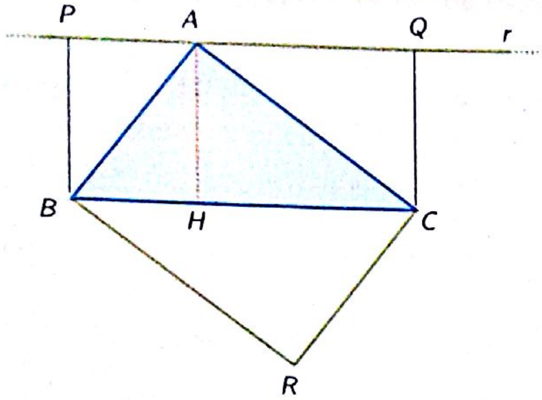
17 TEOREMA GUIDATO

Sia ABC un triangolo rettangolo nel vertice A. Conduci da A la retta r parallela all'ipotenusa e da B e C le perpendicolari a BC che incontrano r in P e Q. Conduci da B e C le parallele ai lati AC e BC che si intersecano in R e dimostra che i quadrilateri $BCQP$ e $BRCA$ sono equivalenti.



Ipotesi:

$AB \perp$ ___; $r \parallel$ ___

$BP \perp$ ___; $CQ \perp$ ___

$BR \parallel$ ___; $CR \parallel$ ___

Tesi:

___

Dimostrazione

Tracciamo da A l'altezza AH relativa all'ipotenusa BC.

1. Consideriamo il rettangolo $BCQP$ e il triangolo ABC. Essi hanno:
- la stessa ___ BC;
- la stessa ___ AH

Quindi $BCQP \doteq$ ___ ABC.

2. Consideriamo il rettangolo $BRCA$ e il triangolo ABC. Essi hanno:
- la stessa base ___;
- la stessa altezza ___

Quindi anche $BRCA \doteq$ ___

Concludiamo che ___ $\doteq BRCA$ per la proprietà transitiva dell'equivalenza. ***c.v.d.***

18 Sia $ABCD$ un quadrato. Prolunga i lati DC, BC, BA e DA di quattro segmenti CF, CE, AR e AQ congruenti al lato del quadrato. Dimostra che $QBDR$ e $BFED$ sono equivalenti al doppio del quadrato $ACBD$.

19 Prolunga l'altezza DK relativa al lato AB del parallelogramma $ABCD$ di un segmento $KT \cong DK$. Dimostra che il quadrilatero $ADBT$ è equivalente al parallelogramma $ABCD$.

20 Dagli estremi A e B del diametro di una circonferenza di centro O conduci le tangenti a e b alla circonferenza che intersecano una ulteriore tangente t rispettivamente nei punti C e D. Dimostra che il triangolo DOC è equivalente alla somma dei triangoli ACO e DOB.

21 Sia $ABCD$ un trapezio isoscele di base maggiore AB. Le perpendicolari ad AB condotte per i punti medi M e N dei lati obliqui AD e BC intersecano la retta della base minore in E e F e la base maggiore in G e H. Dimostra che il trapezio $ABCD$ è equivalente al rettangolo $GEFH$.

22 Siano $ABCD$ un trapezio e M, N e T i punti medi rispettivamente della base minore DC e dei lati obliqui AD e CB. Le rette di MN e MT intersecano la retta della base maggiore AB in P e Q. Dimostra che PMQ e $ABCD$ sono equivalenti.

23 Prolunga la diagonale BD dalla parte di D del quadrato $ABCD$ di un segmento DR tale che BR sia doppio di BC. Da R conduci la perpendicolare RK alla retta AB. Dimostra che il triangolo BRK è equivalente al quadrato $ABCD$.

24 Dal punto medio M dell'ipotenusa BC del triangolo rettangolo ABC conduci le perpendicolari MH e MK ai cateti AB e AC. Dimostra che $AHMK$ è equivalente alla somma dei triangoli KMC e MHB.

25 Nel triangolo ABC, siano M e N i punti medi dei lati AB e AC rispettivamente. Da M e da N conduci le perpendicolari MH e NK a BC. Dimostra che il rettangolo $MNKH$ è equivalente alla metà del triangolo ABC.

26 Da un punto P della diagonale AC del parallelogramma $ABCD$ conduci le parallele ai lati che intersecano DC e AB rispettivamente in R e S e AD e CB rispettivamente in T e Q. Dimostra che i parallelogrammi $DRPT$ e $PSBQ$ sono equivalenti.

27 Nel parallelogramma $ABCD$ sia M il punto medio del lato BC. Prolunga AM fino a incontrare il prolungamento di DC in E e dimostra che il triangolo DAE è equivalente al parallelogramma $ABCD$.

28 Dimostra che le diagonali di un parallelogramma dividono il parallelogramma in quattro triangoli tra loro equivalenti.

29 Siano $ABCD$ un trapezio di basi AB e CD e O il punto di intersezione delle diagonali AC e BD. Dimostra che i triangoli BCO e ADO sono equivalenti.

30 Dimostra che congiungendo i punti medi dei lati di un quadrilatero si ottiene un parallelogramma equivalente alla metà del quadrilatero stesso.

31 Nel triangolo isoscele ABC, rettangolo in A, costruisci sul cateto AC, esternamente al triangolo, il quadrato $ACDE$. Dimostra che il quadrato $ACDE$ è equivalente al triangolo BCE e al parallelogramma $ADCB$.

32 Siano M e N due punti della diagonale AC del parallelogramma $ABCD$ tali che $AM \cong NC$. Dimostra che i triangoli ADM e NCB sono equivalenti, così come anche i triangoli DNC e AMB.

33 Dal vertice A del parallelogramma $ABCD$ conduci una retta che interseca il lato CB in S e il prolungamento del lato DC in R. Dimostra che sono equivalenti i triangoli:

a. DCS e CSA;

b. CRA e CRB;

c. DSC e RSB.

34 Sia ABC un triangolo isoscele di base AB. Da un punto P della mediana CM conduci una retta r, che interseca AC in T, e una retta s, che interseca BC in Q, tali che $T\widehat{P}C \cong C\widehat{P}Q$ e sia R il punto medio di CP. Dimostra che sono equivalenti i triangoli RTP, RPQ, CTR e CRQ e i quadrilateri $AMPT$ e $MBQP$.

35 In un trapezio $ABCD$ la base maggiore AB è il doppio della minore CD. Dimostra che congiugendo il vertice D con il punto medio M della base maggiore AB il trapezio rimane diviso nel parallelogramma $MBCD$ equivalente al doppio del triangolo AMD.

36 Siano M, N e R i punti medi dei lati AB, BC e CA di un triangolo ABC il cui baricentro è G. Dimostra che:

a. i triangoli AMC, BMC, ABN, ABR e RBC sono equivalenti;

b. i triangoli AGR, RGC, CGN, NGB, BGM e MGA sono equivalenti.

37 Dimostra che due triangoli sono equivalenti se hanno due lati ordinatamente congruenti e gli angoli tra essi compresi supplementari.

38 Le tangenti a e b condotte dagli estremi A e B di un diametro di una circonferenza di centro O intersecano una ulteriore tangente t in M e N. La retta NO interseca a in Q. L'ulteriore tangente condotta da Q alla circonferenza interseca in R la retta b. Dimostra che i triangoli MON e QOR sono equivalenti.

39 Sia $ABCD$ un trapezio di basi AB e CD e sia M il punto medio del segmento che unisce i punti medi R e T rispettivamente dei lati obliqui BC e DA. Dal punto M conduci una retta che interseca le basi AB e CD rispettivamente in E e F. Dimostra che i trapezi $AEFD$ ed $EBCF$ sono equivalenti.

40 Siano M e N i punti medi dei lati AC e BC del triangolo ABC. Prolunga il lato AB di un segmento BT congruente alla metà di AB. Dimostra che $ATNM$ è equivalente ad ABC.

41 Sia $ABCD$ un trapezio di basi AB e CD e sia M il punto medio del lato obliquo CB. Dimostra che il triangolo ADM è equivalente a metà del trapezio.

42 Sia $ABCD$ un parallelogramma. Dal vertice B conduci la retta r parallela alla diagonale AC e dai vertici A e C le rette a e b parallele alla diagonale DB. La retta r interseca la retta a in P e la retta b in Q. Dimostra che il parallelogramma $ACQP$ è equivalente al parallelogramma $ABCD$.

43 Prolunga la mediana CM di un triangolo isoscele ABC, di base AB, di un segmento $MT \cong CM$. Dal punto medio P di AM conduci la perpendicolare ad AB che interseca AC in F, AT in Q e la retta BT in R. Dimostra che il parallelogramma $RTCF$ è equivalente al triangolo TCA.

44 Sia K un punto del lato DC di un parallelogramma $ABCD$. Dimostra che la somma dei triangoli DKB e KAC è equivalente alla metà del parallelogramma.

45 Conduci dal vertice A di un triangolo ABC una retta r inclinata dalla parte di B e dal punto medio M del lato BC la retta $s \parallel r$. Da B e da C conduci le perpendicolari alla retta r che incontrano rispettivamente r in E e F e s in S e T. Dimostra che i quadrilateri $BCFE$ e $STFE$ sono equivalenti.