Testo degli esercizi (tratti dal libro "Argomenti Modulari di Matematica G", se non diversamente indicato): risolvere le seguenti equazioni esponenziali.

ES. 17 pag. 25 Si riporta l'esercizio A, B e D

A) $3^x = 3^{2x-1}$ *[R: 1]* Confrontiamo gli esponenti: si ha x = 2x-1 e quindi x = 1

In alternativa si applica $\log_3$: $\log_3 3^x = \log_3 3^{2x-1} \longrightarrow x\log_3 3 = (2x-1)\log_3 3$

Da cui $x \cdot 1 = (2x-1)\cdot 1$ e quindi x = 1.

B) $9^x = 3$ Sappiamo che $\sqrt{9} = 3$ *quindi* $x = 1/2$

D) $7^{x+1} = 49$ *[R: 1]* Riscriviamo l'equazione in modo che compaia come base 7.

1) $7^{x+1} = 7^2$ Confrontiamo gli esponenti: devono essere uguali (stessa base e abbiamo una equazione): x+1 = 2. Quindi x = 1

ES. 20 pag. 25 Si riporta l'esercizio A, C

A) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^x\right]^2 = \frac{8}{27}$ *[R: 3/2]*

1) Riscriviamo l'equazione in modo da avere la stessa base $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$

2) Confrontiamo gli esponenti, visto che le basi sono le stesse): $2x = 3 \longrightarrow x = 3/2$

C) $\left(a^{2x}\right)^3 = a^{x^2}$ *[R: 0 e 6]*

1) $a^{3\cdot 2x} = a^{x^2}$ 2) $a^{6x} = a^{x^2}$

3) Poiché le basi sono uguali, confrontiamo gli esponenti : $6x = x^2$

4) $x^2 - 6x = 0$ 5) x(x-6) = 0 Quindi le soluzioni sono date da x = 0 oppure x = 6

ES. 24 pag. 25 Si riporta l'esercizio C

A) $8^{3x} = 32^{4x-1}$ *[R: 5/11]*

1) $\left(2^3\right)^{3x} = \left(2^5\right)^{(4x-1)}$ 2) $2^{9x} = 2^{20x-5}$ 3) Si confrontano gli esponenti: 9x = 20x-5

4) $9x = 20x - 5 \longrightarrow 20x - 9x = 5 \longrightarrow x = 5/11$

ES. 26 pag. 25 Si riporta l'esercizio A, B, C

A) $\sqrt{2\sqrt{2}} = 4^{1-x}$ *[R: 5/8]*

1) Si può riscrivere l'equazione così: $\left(2\cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(2^2\right)^{(1-x)}$

2) Applicando le proprietà delle potenze si ha: $\left(2^{1+\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = 2^{2-2x}$

3) $2^{\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2}} = 2^{2-2x}$ 4) Confrontando gli esponenti: $2x = 2 - \frac{3}{4}$ 5) $2x = \frac{8-3}{4} \longrightarrow x = \frac{5}{8}$

B) $\frac{1}{4\sqrt{2}} = \sqrt{8^x}$ *[R: -5/3]*

1) Si scrive tutto tramite potenze di 2: $\frac{1}{2^2\cdot 2^{\frac{1}{2}}} = \left(\left(2^3\right)^x\right)^{\frac{1}{2}}$

2) Applicando le proprietà delle potenze $\frac{1}{2^{2+\frac{1}{2}}}=2^{\frac{3x}{2}}$

3) ricordando che $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ si ha: $\left(2^{\frac{4+1}{2}}\right)^{-1}=2^{\frac{3x}{2}}$

4) Confrontando gli esponenti: $\frac{-5}{2}=\frac{3x}{2}\longrightarrow x=-5/3$

C) $\left(\frac{1}{n}\right)^{(2x+1)}=1$ *[R: -1/2]* 1) Riscriviamo 1 come $\left(\frac{1}{n}\right)^{0}$ da cui

2) $\left(\frac{1}{n}\right)^{(2x+1)}=\left(\frac{1}{n}\right)^{0}$ Quindi 2x + 1 = 0 da cui x = - 1/ 2

Esercizi tratti dal libro "Approccio alla matematica E", Minerva Italica

Es. 123 pag. 59

$3^{x-7}\cdot 3^x=3$ *[R: 4]* 1) $3^{x-7+x}=3^1$

2) Le basi sono le *stesse*. Si confrontano gli esponenti. $x-7+x=1$

3) $2x=1+7 \rightarrow x=\frac{8}{2}=4$

Es. 123 pag. 59

$2^{x^2-2x}=2^{2x+5}$ *[R: -1,5]* 1) $3^{x-7+x}=3$

2) Le basi sono le *stesse*. Si confrontano gli esponenti. $x-7+x=1$

3) $2x=1+7 \rightarrow x=\frac{8}{2}=4$

Es. 135 pag. 59

A) $25\cdot 5^x=\sqrt[x+2]{\left(5^{2x+3}\right)^2:5^{2-3x}}$ *[R: 0; 3]* 1) $5^2\cdot 5^x=\left(5^{(2x+3)2-(2-3x)}\right)^{\frac{1}{x+2}}$

2) $5^{2+x}=5^{\frac{4x+6-2+3x}{x+2}}$ Dagli esponenti: 3) $2+x=\frac{7x+4}{x+2}$

4) $Se\ \ x\neq -2:\ (2+x)(x+2)=7x+4$ 5) $x^2+4x+4=7x+4$ 6) $x^2-3x=0$

7) $x(x-3)=0$ Da cui x = 0 oppure x = 3

Es. 144 pag. 59

$2^{x+3}+2^{x+2}+2^{x+1}+2^x-30=0$ *[R: 1]*

1) Si raccoglie 2^x: $2^x\left(2^3+2^2+2+1\right)=30$

2) Si svolge la somma: $2^x\cdot 15=30$ 3) $2^x=\frac{30}{15}$ 4) $2^x=2\longrightarrow x=1$

Es. 146 pag. 59

$\left(2^x\sqrt{2}-4\right)\left(2^{x+1}-1\right)\left(2^x+2\right)=0$ *[R: 3/2; -1]*

1) Abbiamo un prodotto: esso è nullo se i singoli "fattori" sono nulli. Quindi

$2^x\sqrt{2}-4=0$

$2^{x+1}-1=0$ non è presente il simbolo $\{$ di sistema, perché questo NON è un sistema di equazioni.

$2^x+2=0$

2) Riscriviamo utilizzando le potenze di 2:

$$2^x \cdot 2^{\frac{1}{2}} - 2^2 = 0 \qquad \text{Quindi} \qquad 2^{x+\frac{1}{2}} = 2^2$$
$$2^{x+1} = 2^0 \qquad\qquad 2^{x+1} = 2^0$$
$$2^x = -2 \qquad\qquad 2^x = -2$$

3) Ora i termini a destra e a sinistra dell'uguale, nelle prime due equazioni hanno la stessa base e quindi possiamo confrontare gli esponenti. Nella terza invece compare 2 come base e -2: le due basi non possono essere uguali e quindi la terza equazione non ha soluzioni. Per le altre due:

$$x+\frac{1}{2}=2 \longrightarrow x=\frac{3}{2}$$
$$x+1=0 \longrightarrow x=-1$$

Es. 148 pag. 59 [Approccio alla matematica E]

$$\frac{5^{2x}-125}{5^x-1}=0$$

1) 5^x-1 è diverso da zero (ovvero x diverso da 0) allora possiamo moltiplicare tutto per 5^x-1 :

2) $\frac{5^{2x}-125}{5^x-1}\cdot\left(5^x-1\right)=0\cdot\left(5^x-1\right)$ 3) Rimane $5^{2x}-125=0 \longrightarrow 5^{2x}=5^3 \longrightarrow x=3/2$