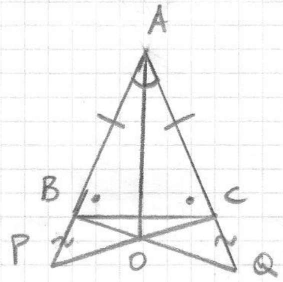
PAG 663 da 130 a 139



Hp
$AB \cong AC$
$A\hat{B}C \cong A\hat{C}B$
$B\hat{A}O \cong C\hat{A}O$

Th
$BP \cong CQ$

DIMOSTRAZIONE: Considero i triangoli $\overset{\triangle}{ABO}$ e $\overset{\triangle}{ACO}$, essi hanno:

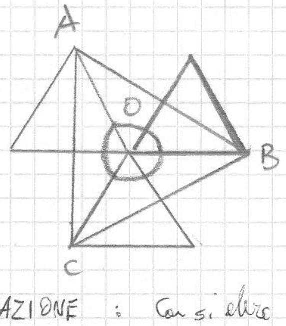
1) $AB \cong AC$ per Hp
2) AO in comune
3) $B\hat{A}O \cong C\hat{A}O$ per Hp

I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti due lati e l'angolo tra essi compreso, sono congruenti per il primo criterio di congruenze.
In particolare $BO \cong CO$ perché lati opposti ad angoli congruenti.
Il triangolo BOC è isoscele sulla base BC perché $BO \cong CO$, quindi $O\hat{B}C \cong O\hat{C}B$
Considero i triangoli $\overset{\triangle}{BOP}$ e $\overset{\triangle}{COQ}$, essi hanno:

1) $BO \cong CO$
2) $B\hat{O}P \cong C\hat{O}Q$
3) $P\hat{B}O \cong Q\hat{C}O$ perché supplementari di angoli congruenti.

I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti due lati e l'due angoli ad esso adiacenti, sono congruenti per il secondo criterio di congruenze. In particolare $BP \cong CQ$ perché lati opposti ad angoli congruenti.

131.



Hp
$AO \cong OB \cong OC$
$A\hat{O}B \cong B\hat{O}C \cong C\hat{O}A$

Th
$AC \cong AB \cong AC$

DIMOSTRAZIONE: Considero i triangoli $\overset{\triangle}{AOB}$ e $\overset{\triangle}{BOC}$, essi hanno:

1) $AO \cong CO$ per Hp
2) OB in comune
3) $A\hat{O}B \cong B\hat{O}C$ per Hp

I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti due lati e l'angolo tra

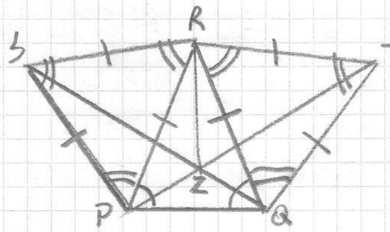
In particolare $AB \cong CB$ perchè ~~lati~~ angoli opposti ad angoli congruenti.

Considero i triangoli $A\overset{\triangle}{O}C$ e $A\overset{\triangle}{O}B$, essi hanno:

1) AO in comune
2) $OC \cong OB$ per H_p
3) $A\hat{O}C \cong A\hat{O}B$ per H_p

I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti due lati e l'angolo tra essi compreso, sono congruenti per il primo criterio di congruenza.
In particolare $AC \cong CB$ perchè lati opposti ad angoli congruenti.
Quindi per transitività $AB \cong AC \cong BC$ ed il triangolo $A\overset{\triangle}{B}C$ è equilatero

132.



$R\hat{P}Q \cong R\hat{Q}P$

$RP \cong RQ$

$RP \cong SP \cong RS$

$RQ \cong RT \cong TQ$

Th

$PT \cong SQ$

$P\hat{R}Z \cong Z\hat{R}Q$

DIMOSTRAZIONE: Considero i triangoli $\overset{\triangle}{SPQ}$ e $\overset{\triangle}{TPQ}$, essi hanno:

1) $SP \cong TQ$ per transitività
2) PQ in comune
3) $S\hat{P}Q \cong T\hat{Q}P$ perchè somme di angoli congruenti.

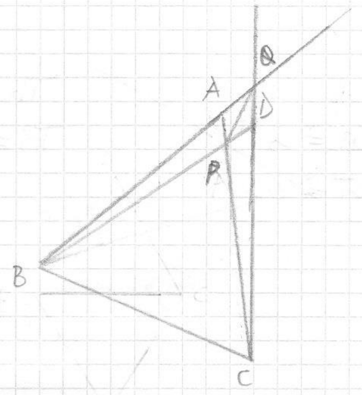
I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti due lati e l'angolo tra essi compreso, sono congruenti per il primo criterio di congruenza. In particolare $PT \cong SQ$ perchè lati opposti ad angoli congruenti e $TPQ \cong SQP$ perchè angoli opposti a lati congruenti.

Considero il triangolo $P\overset{\triangle}{Z}Q$, esso è isoscele sulla base PQ perchè $T\hat{P}Q \cong S\hat{Q}P$, quindi $PZ \cong QZ$

Considero i triangoli $R\overset{\triangle}{P}Z$ e $R\overset{\triangle}{Q}Z$, essi hanno:

1) RZ in comune
2) $RP \cong RQ$ per H_p
3) $PZ \cong QZ$ per dimostrazione.

I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti tre lati, sono congruenti per il terzo criterio di congruenza. In particolare $P\hat{R}Z \cong Z\hat{R}Q$ perchè angoli opposti a lati congruenti.



Hp

$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{DBC}$

Th

$PB \cong PC$

$B\hat{Q}P \cong C\hat{Q}P$

DIMOSTRAZIONE: Considero il triangolo $\overset{\triangle}{BPC}$, esso è isoscele sulla base BC perchè $D\hat{B}C \cong A\hat{C}B$. Di conseguenza $PB \cong PC$

per Hp

Considero i triangoli $\overset{\triangle}{ACD}$ e $\overset{\triangle}{BQD}$, essi hanno:

1) $AC \cong BD$ per Hp
2) $C\hat{A}Q \cong B\hat{D}Q$ perchè supplementari di angoli congruenti.
3) $Q\hat{C}A \cong Q\hat{B}D$ perchè differenze di angoli congruenti.

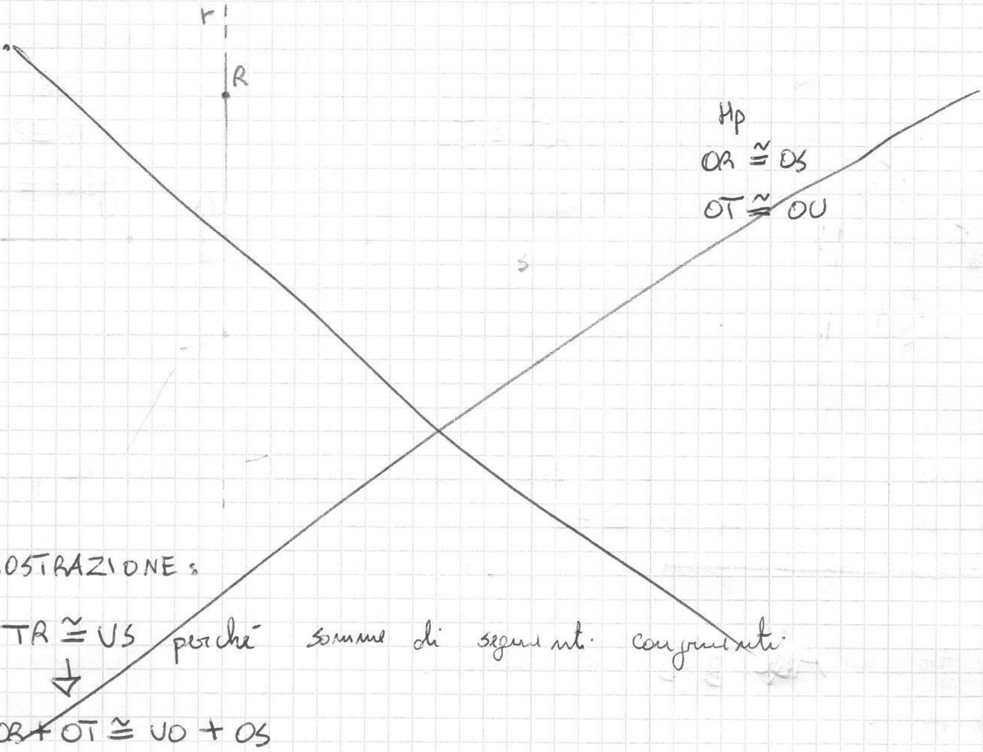
I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti ~~due~~ lati e i due angoli ad esso adiacenti, sono congruenti per il secondo criterio di congruenza. In particolare $AQ \cong DQ$ perchè lati opposti ad angoli congruenti.

Considero i triangoli $\overset{\triangle}{BQP}$ e $\overset{\triangle}{CQP}$, essi hanno:

1) QP in comune
2) $BQ \cong CQ$ perchè somme di segmenti congruenti.
3) $Q\hat{B}P \cong Q\hat{C}P$ perchè differenze di angoli congruenti.

I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti due lati e l'angolo tra essi compreso, sono congruenti per il ~~primo~~ criterio di congruenza. In particolare $B\hat{Q}P \cong C\hat{Q}P$ perchè angoli opposti a lati congruenti.

134.



Hp
$OR \cong OS$
$OT \cong OU$

Th
$TR \cong$ ...

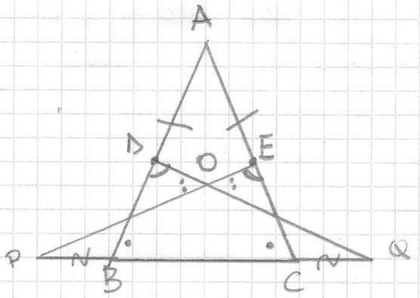
DIMOSTRAZIONE:

$TR \cong US$ perché somme di segmenti congruenti

$\Downarrow$

$OR + OT \cong UO + OS$

135.



Hp
$AB \cong AC$
$AD \cong AE$
$BP \cong CQ$

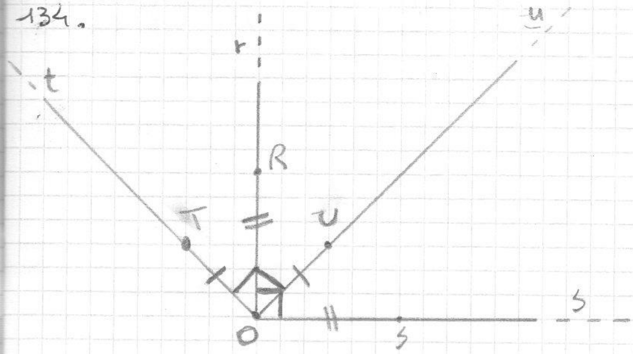
Th
$PO \cong OQ$
$D\hat{B}Q \cong E\hat{C}P$
$A\hat{O}D \cong A\hat{E}O$

DIMOSTRAZIONE: Considero i triangoli $\overset{\triangle}{DBQ}$ e $\overset{\triangle}{ECP}$, essi hanno:
1) $EC \cong DB$ perché differenze di segmenti congruenti.
2) $BQ \cong PC$ perché somme di segmenti congruenti.
3) $A\hat{C}B \cong A\hat{B}C$ per Hp

I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti due lati e l'angolo tra essi compreso, sono congruenti per il primo criterio di congruenza.
In particolare $E\hat{P}C \cong D\hat{Q}B$ e $P\hat{E}C \cong Q\hat{D}B$ perché angoli opposti a lati congruenti.

Considero il triangolo $\overset{\triangle}{POQ}$, esso ha $E\hat{P}C \cong D\hat{Q}B$ e quindi è isoscele sulla base PQ. In particolare $PO \cong OQ$.
Considero i triangoli $\overset{\triangle}{AOD}$ e $\overset{\triangle}{AEO}$, essi hanno:
1) AO in comune
2) $AD \cong AE$ per Hp
3) ... $\xrightarrow{LLL}$ $\overset{\triangle}{AOD} \cong \overset{\triangle}{AEO}$

134.



Hp

$OR \cong OS$

$OT \cong OU$

$R\hat{O}S \cong \pi$

$U\hat{O}T \cong \pi$

Th

$TR \cong US$

DIMOSTRAZIONE: Considero i triangoli $\overset{\Delta}{TRO}$ e $\overset{\Delta}{UOS}$, essi hanno:

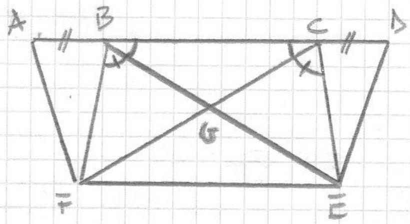
1) $OT \cong OU$ per Hp

2) $OR \cong OS$ per Hp

3) $T\hat{O}R \cong U\hat{O}S$ perché differenze di angoli congruenti.

I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti due lati e l'angolo tra essi compreso, sono congruenti per il primo criterio di congruenza. In particolare $TR \cong US$ perché lati opposti ad angoli congruenti.

136.



Hp

$E\hat{B}C \cong F\hat{C}B$

$F\hat{B}E \cong E\hat{C}F$

$AB \cong CD$

Th

$BF \cong CE$

$AF \cong DE$

DIMOSTRAZIONE: Considero il triangolo $\overset{\Delta}{BCG}$, esso è isoscele sulla base BC perché $E\hat{B}C \cong F\hat{C}B$. Quindi $BG \cong CG$.

Considero i triangoli $\overset{\Delta}{BGF}$ e $\overset{\Delta}{CGE}$, essi hanno:

1) $BG \cong CG$ per dimostrazione

2) $F\hat{B}E \cong E\hat{C}F$ per Hp

3) $B\hat{G}F \cong C\hat{G}E$ perché opposti al vertice

I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti un lato e i due angoli ad esso adiacenti, sono congruenti per il secondo criterio di congruenza. In particolare $BF \cong CE$ perché lati opposti ad angoli congruenti.

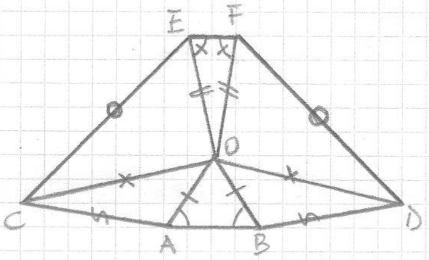
Considero i triangoli $\overset{\Delta}{ABF}$ e $\overset{\Delta}{CDE}$, essi hanno:

1) $AB \cong CD$ per Hp

2) $BF \cong CE$ per dimostrazione

I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti due lati e l'angolo tra compreso, sono congruenti per il primo criterio di congruenza.
In particolare $AF \cong DE$ perché elementi opposti ad angoli congruenti.

137.



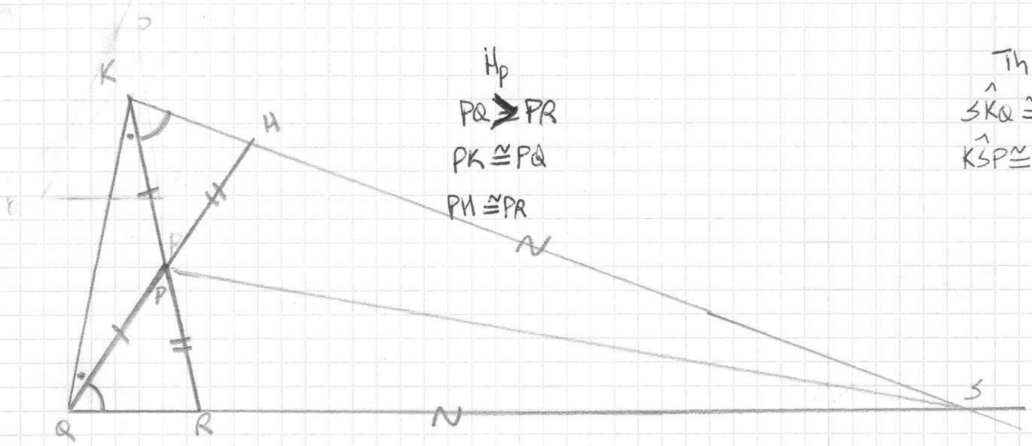
Hp
$O\hat{E}F \cong O\hat{F}E$
$O\hat{A}B \cong O\hat{B}A$
$AC \cong BD$
$OC \cong OD$
$CE \cong FD$

Th
$E\hat{C}A \cong F\hat{D}B$

DIMOSTRAZIONE: Considero i triangoli $A\hat{O}B$, esso ha $O\hat{A}B \cong O\hat{B}A$, quindi è isoscele sulla base AB. Di conseguenza $AO \cong BO$.
Considero i triangoli $A\hat{O}C$ e $O\hat{B}D$, essi hanno:
1) $AO \cong BO$ per dimostrazione
2) $OC \cong OD$ per Hp
3) $AC \cong BD$ per Hp
I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti tre lati, sono congruenti per il terzo criterio di congruenza. In particolare $O\hat{C}A \cong O\hat{D}B$ perché angoli opposti a lati congruenti.
Considero il triangolo $E\hat{O}F$, esso ha $O\hat{E}F \cong O\hat{F}E$, quindi è isoscele sulla base EF. Di conseguenza $EO \cong FO$.
Considero i triangoli $E\hat{O}C$ e $F\hat{O}D$, essi hanno:
1) $CE \cong FD$ per Hp
2) $EO \cong FO$ per dimostrazione
3) $OC \cong OD$ per Hp
I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti tre lati, sono congruenti per il terzo criterio di congruenza. In particolare $O\hat{C}E \cong O\hat{D}F$ perché angoli opposti a lati congruenti.

$E\hat{C}A \cong F\hat{D}B$ perché somme di angoli congruenti.

138.



Hp

$PQ \geq PR$

$PK \cong PQ$

$PH \cong PR$

Th

$S\hat{K}Q \cong S\hat{Q}K$

$K\hat{S}P \cong Q\hat{S}P$

DIMOSTRAZIONE: Considero il triangolo $\overset{\triangle}{KPQ}$, esso è isoscele sulla base KQ perché $PK \cong PQ$. Quindi $P\hat{K}Q \cong P\hat{Q}K$

Considero i triangoli $\overset{\triangle}{KPH}$ e $\overset{\triangle}{QPR}$, essi hanno:

1) $PK \cong PQ$

2) $PH \cong PR$

3) $Q\hat{P}R \cong K\hat{P}H$ perché opposti al vertice

I due triangoli avendo ordinatamente congruenti due lati e l'angolo tra essi compreso, sono congruenti per il primo criterio di congruenza. In particolare $P\hat{Q}R \cong P\hat{K}H$ perché angoli opposti a lati congruenti.

Considero il triangolo $\overset{\triangle}{SKQ}$, esso è isoscele sulla base KQ perché $S\hat{K}Q \cong S\hat{Q}K$ perché somme di angoli congruenti. Quindi $SQ \cong SK$

Considero i triangoli $\overset{\triangle}{SPQ}$ e $\overset{\triangle}{SPK}$, essi hanno:

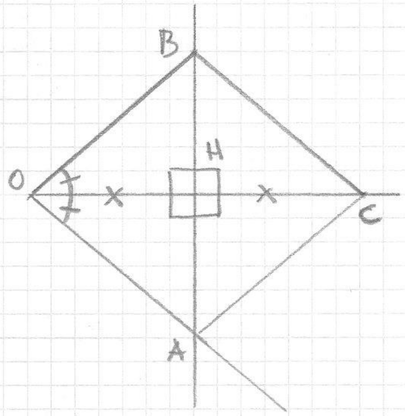
1) $SK \cong SQ$ per dimostrazione

2) SP in comune

3) $PK \cong PQ$ per Hp

I due triangoli, avendo ordinatamente congruenti tre lati, sono congruenti per il terzo criterio di congruenza. In particolare $K\hat{S}P \cong Q\hat{S}P$ perché angoli opposti a lati congruenti.

139.



a. Si, i triangoli OBH e OAH sono congruenti per il secondo criterio di congru

b. Si, $OH \cong HC$ per Hp

c. Si, $AC \cong AO$ perché elementi opposti ad elementi congruenti di triangoli congruenti. ($A\hat{O}H \cong A\hat{C}H \rightarrow \angle AL$)